

Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca  
Catedra de Mașini electrice

# ÎNDRUMĂTOR DE PROIECTARE A MAȘINII ASINCRONE

– Pentru uz intern –

La baza acestui îndrumător stă un material elaborat de domnul **dr.ing. Madescu Gheorghe** de la Filiala Timișoara a Academiei Române, material care, adaptat și completat, va fi publicat într-un îndrumător de proiectare dedicat unor mașini electrice de curent alternativ. Manualul este în lucru și va apare în anul 2006, domnul dr.ing. Madescu Gheorghe fiind unul dintre autori.

2002

# 1. GENERALITĂȚI. TEMA DE PROIECTARE

Motorul de inducție sau asincron, fiind cel mai simplu, sigur și robust motor electric, are un larg domeniu de utilizare în industrie. Este folosit din ce în ce mai des și în cazul acționărilor reglabile.

Motorul asincron se construiește în două forme: motor asincron cu rotor bobinat, la care înfășurarea rotorului e conectată la inele de contact și motor asincron cupru rotor în scurtcircuit (cu colivie).

Carcasa motorului se execută în general din fontă turnată având înspre exterior aripioare de răcire. În carcasă este presat pachetul statoric format din tole din tablă de oțel aliat cu siliciu, izolate între ele în vederea reducerii pierderilor prin curenți turbionari. Rotorul se execută, ca și statorul, din tole de tablă silicioasă formând un pachet ce se presează pe axul motorului.

Statorul este bobinat cu sârma de cupru după anumite scheme de înfășurare într-un strat sau în două straturi. Înfășurarea rotorului în colivie se execută în general din aluminiu turnat sub presiune.

Proiectarea motorului se face pe baza unor date care precizează atât performanțele tehnice cât și cele constructive și funcționale pe care va trebui să le prezinte motorul.

Aceste performanțe sunt cuprinse în **tema de proiectare** care va conține astfel următoarele date:

## a. Date nominale:

- puterea nominală:  $P_N$  [W]
- turația sincronă:  $n_1$  [rot/min] sau  $p$  numărul de perechi de pol
- tensiunea de alimentare:  $U_1$  [V] (tensiune de linie)
- frecvența tensiunii:  $f_1$  [Hz]
- numărul de faze:  $m$
- tipul conexiunii fazelor:  $\Delta$  sau Y

## b. Date funcționale și constructive

- Factorul de putere:  $\cos \varphi_N$
- Randamentul:  $\eta_N$
- Parametrii impuși pentru pornire:
  - Cuplul de pornire raportat:  $m_p$
  - Curentul de pornire raportat:  $i_p$
- cuplu maxim raportat:  $m_M$
- clasa de izolație: E, B sau F
- gradul de protecție

condiții privind mediul, altitudinea, serviciul de funcționare, forma constructivă, etc. (vezi STAS 1893-87)

Se prezintă în continuare un algoritm posibil de proiectare adecvat pentru motoare asincrone trifazate cu rotor în scurtcircuit, cu puteri între 0,5÷100 kW.

**Toate relațiile sunt date în Sistemul Internațional de unități de măsură!**

## 2. ETAPELE PROIECTĂRII UNUI MOTOR ELECTRIC ASINCRON TRIFAZAT

În general, proiectarea unui motor constă în stabilirea tuturor dimensiunilor și datelor necesare execuției motorului respectiv. De cele mai multe ori, în practică, o parte din aceste date se cunosc, urmând a le determina pe celelalte necesare execuției. De aici rezultă diverse variante de probleme de proiectare care trebuie abordate în diverse moduri. Pentru aceasta este necesară o înțelegere corectă a principiului de proiectare care va permite soluționarea oricărei probleme de acest gen, motiv pentru care se prezintă în acest capitol unele probleme de principiu.

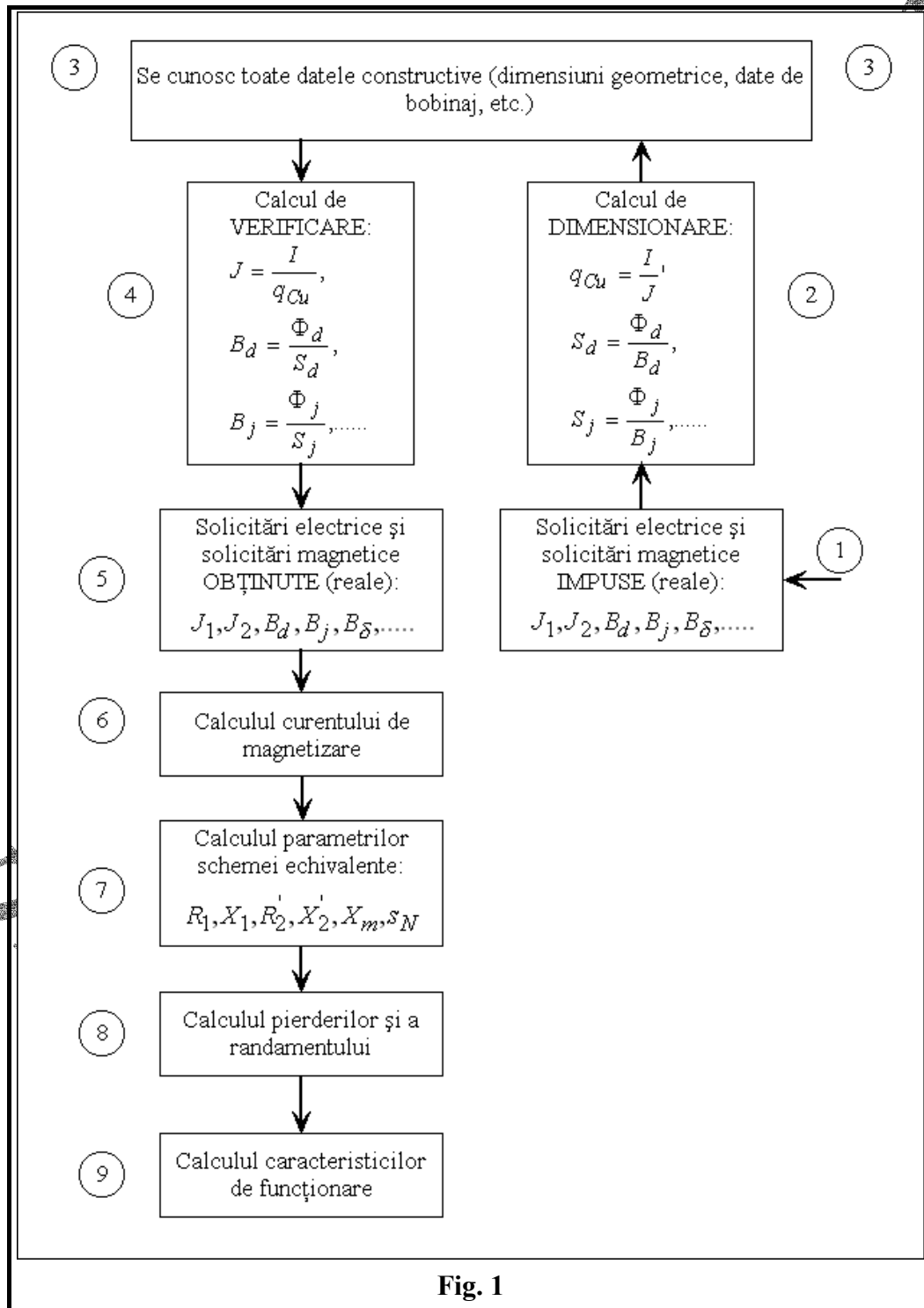


Fig. 1

Etaplele unei probleme complete de proiectare a circuitului electromagnetic al unui motor electric asincron (numerotate de la 1÷9) sunt prezentate în Fig. 1. Urmărind această schemă sumară constatăm unele aspecte dezvoltate în continuare:

Cunoscând toate datele constructive ale unui motor se poate ajunge la caracteristicile lui de funcționare urmărind etapele 3÷9 (calculul electromagnetic al motorului). Acest drum poate fi parcurs doar în acest sens. Nu se poate stabili o funcție biunivocă (oricât de complicată) între caracteristicile de funcționare și datele constructive ale unui motor. În această situație setul de date constructive trebuie privit întotdeauna ca date de intrare (în algoritmul de calcul), iar caracteristicile de funcționare ale motorului vor fi date de ieșire. Dacă datele de ieșire nu sunt conform celor cerute prin tema de proiectare, se va reveni la intrare (etapa 3) modificând anumite date constructive și se vor relua calculele cu noul set de date de intrare. Proiectarea constă într-o succesiune de astfel de cicluri până când caracteristicile de funcționare sunt corespunzătoare celor din tema de proiectare. Se remarcă astfel caracterul iterativ al metodei de proiectare al motoarelor electrice. După un anumit număr de iterații soluția problemei de proiectare este găsită și este dată de setul respectiv de date constructive care a condus la caracteristicile de funcționare corespunzătoare. Această metodă de căutare a soluției „prin încercări” poate fi acceptată în prezent deoarece ea este adecvată foarte bine modului de lucru cu calculatorul electronic. Orice metodă iterativă impune utilizarea calculatorului.

Ținând cont de cele de mai sus este ușor de văzut că problema proiectării nu are soluție unică, adică nu există un singur set de date constructive care să conducă la caracteristicile de funcționare cerute. Întotdeauna doi proiectanți care lucrează independent vor găsi două soluții diferite, adică vor propune date constructive diferite pentru același motor. Ambele soluții pot fi corecte în sensul că motoarele respective (amândouă) vor satisface tema de proiectare. De aici se naște o altă problemă, deosebit de importantă, și anume problema optimizării soluțiilor găsite (optimizarea constructivă a motoarelor). Pentru fabricantul de motoare aceasta înseamnă: din multitudinea de soluții corecte, care este aceea care conduce la motorul cel mai ieftin (cu cheltuieli minime de execuție)? Dar înainte de a proiecta un motor trebuie însușită bine problema simplă a proiectării lui.

Activitatea propriu-zisă de proiectare este axată însă pe etapele 1÷3 (calculul de dimensionare). Această parte răspunde la întrebarea: cum se stabilesc datele constructive ale motorului, cum se alege deci setul de date de intrare care apoi servește la calculul caracteristicilor de funcționare? Această problemă s-a realizat definind două mărimi specifice foarte importante în proiectare: solicitarea electrică  $\mathbf{J}$  [ $\text{A}/\text{m}^2$ ] și solicitarea magnetică  $\mathbf{B}$  [ $\text{Wb}/\text{m}^2$  sau Tesla]. În cazul mașinilor electrice de același tip aceste mărimi au valori aproximativ constante, sau în orice caz cuprinse într-un relativ restrâns. Experiența dobândită până în prezent în proiectarea și fabricarea mașinilor electrice a permis stabilirea unor valori recomandate pentru densitatea de curent  $\mathbf{J}$  în conductoare și pentru densitatea de flux  $\mathbf{B}$  (inducția magnetică) în diferite zone ale circuitului magnetic. Pe această bază se pot dimensiona secțiuni de conductoare  $q_{Cu}$  cunoscând curentul care trece prin ele:

$$q_{Cu} = \frac{I}{J} \quad (\text{a})$$

sau secțiuni  $S$  de circuit magnetic (secțiunea dinților, secțiunea jugurilor) cunoscând fluxul magnetic  $\Phi$  care trece prin secțiunea respectivă:

$$S = \frac{\Phi}{B} \quad (\text{b})$$

Orice calcul de dimensionare va începe deci cu alegerea solicitării specifice electrice și magnetice ( $\mathbf{J}$  și  $\mathbf{B}$ ) pe baza unor recomandări.

Nu toate datele constructive ale unui motor se pot determina, conform etapelor 1÷3, pornind de la anumite solicitări electrice și magnetice impuse. De exemplu, numărul de

crestături, dimensiunile principale ale motorului, schema de bobinaj se vor stabili așa cum se recomandă în capitolul 3.

În activitatea de proiectare relații de tipul (a) și (b) se folosesc în două sensuri. Ele pot fi folosite pentru dimensionare, când se calculează diferite secțiuni (etapa 2 din fig. 1) pe baza unor solicitări electrice și magnetice impuse (**J** și **B**). Aceleași relații însă sunt folosite (în etapa 4) pentru calculul de verificare a solicitărilor specifice reale (**J** și **B**) după ce s-au stabilit dimensiunile geometrice și anume se verifică dacă valorile lor se mai încadrează în intervalele recomandate. Această verificare este necesară deoarece în etapa de dimensionare se pot face anumite „rotunjiri” și corecții (pentru unele dimensiuni sau date) astfel încât valorile **J** și **B** se modifică în consecință.

S-au prezentat mai sus câteva aspecte generale observate de departe asupra problemei proiectării unui motor electric asincron. Acestea și altele asemănătoare ne ajută să ne orientăm mai ușor în noianul de formule concrete dintr-o carte de proiectare.

### 3. STABILIREA DATELOR CONSTRUCTIVE. CALCUL DE DIMENSIONARE

Dacă se cunosc toate datele constructive ale unui motor, nu este necesar să fie parcurs acest capitol. Se calculează doar caracteristicile de funcționare ale motorului conform capitolului 4.

Dacă nu se cunosc aceste date constructive (sau o parte din ele), se poate proceda în felul următor:

#### 3.1 Dimensiunile principale

Gabaritul motorului rezultă în funcție de dimensiunile sale principale: diametrul interior al statorului ( $D_{1i} = D$ ), diametrul exterior al statorului ( $D_{1e}$ ), lungimea pachetului de tole stator ( $L_1$ ). Aceste dimensiuni principale se pot determina pornind de la puterea aparentă interioară  $S_i$ :

$$S_i = m \cdot E_1 \cdot I_{1f} = \frac{k_E \cdot P_N}{\eta_N \cdot \cos \varphi_N} \quad (1)$$

unde:

- **m** – este numărul de faze,
- $I_{1f} = \frac{P_N}{m \cdot U_{1f} \cdot \eta_N \cos \varphi_N}$  este curentul nominal pe fază,
- $k_E = \frac{E_1}{U_{1f}}$  este raportul dintre tensiunea electromotoare pe fază (**E**<sub>1</sub>) și tensiunea la bornele fazei (**U**<sub>1f</sub>).

Coeficientul **k<sub>e</sub>** se determină, în funcție de numărul de perechi de poli (**p**), din relația:

$$k_E = 0.98 - 0.005 \cdot p$$

unde:

$$p = \frac{f_1}{n_1} = \frac{60 \cdot f_1}{n_1}$$

În relația (1) se fac următoarele înlocuiri:

$$E_1 = 4 \cdot k_f \cdot f_1 \cdot W_1 \cdot k_w \cdot \Phi$$

$$\Phi = \alpha_i \cdot \tau \cdot L_1 \cdot B \cdot \delta$$

$$\tau = \frac{\pi \cdot D}{2 \cdot p}$$

$$A = \frac{2 \cdot m \cdot W_1 \cdot I_{1f}}{\pi \cdot D}$$

și se obține:

$$S_i = k_f \cdot k_W \cdot \alpha_i \cdot \pi^2 \cdot D^2 \cdot L_1 \cdot \frac{n_1}{60} \cdot A \cdot B_\delta$$

sau:

$$\frac{60 \cdot S_i}{D^2 \cdot L_1 \cdot n_1} = k_f \cdot k_W \cdot \alpha_i \cdot \pi^2 \cdot A \cdot B_\delta = C \quad (2)$$

Mărima **C** reprezintă coeficientul de utilizare a mașinii (constanta lui Esson) și indică gradul de solicitare a mașinii (puterea pe unitatea de volum a rotorului). S-a obținut astfel o relație între diametrul D și lungimea L<sub>1</sub>:

$$D^2 L_1 = \frac{60 \cdot S_i}{n_1 \cdot C} \quad (3)$$

care însă nu permite determinarea univocă a diametrului **D** și a lungimii **L<sub>1</sub>**, chiar dacă se cunoaște constanta **C** (din Fig. 2).

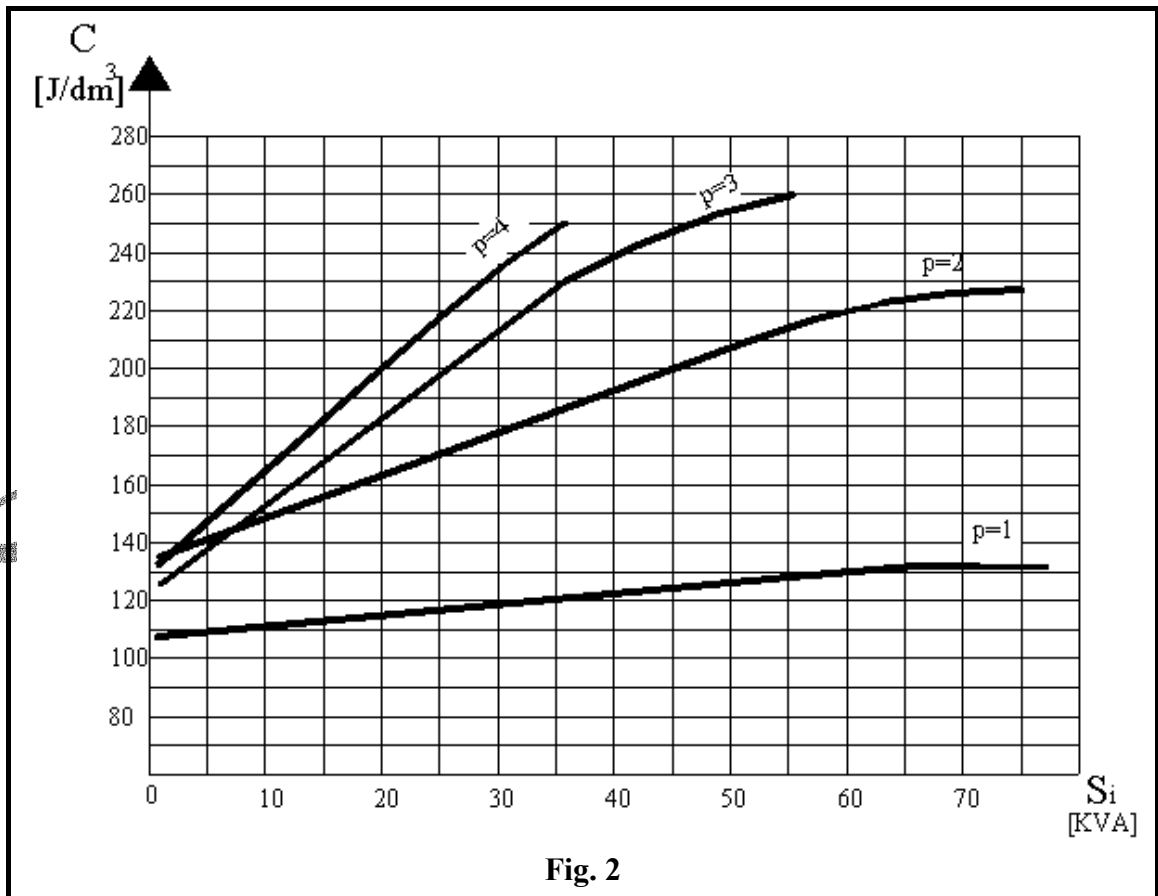


Fig. 2

În proiectarea mașinilor electrice, pentru a găsi valori optime pentru  $D$  și  $L_1$ , se definește un factor ( $\lambda$ ) de formă geometrică a motorului ca raport între lungimea  $L_1$  și pasul polar  $\tau$ :

$$\lambda = \frac{L_1}{\tau} = \frac{2 \cdot p \cdot L_1}{\pi \cdot D} \quad (4)$$

Relațiile (3) și (4) pot forma un sistem din care se poate acum determina:

$$D = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot p}{\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{60 \cdot S_i}{n_1 \cdot C}} \quad \text{și} \quad L_1 = \lambda \cdot \frac{\pi \cdot D}{2 \cdot p} \quad (5)$$

unde  $n_1$  se ia în rot/min. Pentru  $\lambda$  se pot alege următoarele valori în funcție de numărul de poli:

<b>2p</b>	2	4	6	8
<b><math>\lambda</math></b>	0.6÷1	1.2÷1.8	1.6÷2.2	2÷3

Pentru stabilirea diametrului exterior  $D_{1e}$  se folosește tabelul următor în care sunt trecute valorile raportului  $k_D$  între diametrul  $D$  și care conduc la mașini bine dimensionate:

<b>2p</b>	2	4	6	8
<b><math>k_D</math></b>	0,54÷0,58	0,62÷0,63	0,68÷0,7	0,72÷0,73

Cu aceste valori se obține diametrul exterior al tolei stator :

$$D_{1e} = \frac{D}{k_D} \quad (6)$$

În practică de proiectare valoarea lui  $D_{1e}$  se rotunjește la cea mai apropiată valoare normalizată a diametrului exterior. Această normalizare a fost necesară întrucât benzile de tablă silicioasă sunt furnizate la rândul lor cu anumite lățimi normalizate și este deci rațional ca ștanțarea să se facă cu deșeuri minime. Valorile normalizate ale diametrului exterior al statorului sunt trecute în tabelul următor:

<b><math>D_{1e}</math> [mm]</b>	150	180	210	250	280	330	380	425
	495	560	595	650	740	850	990	1100

O mărime foarte importantă pentru motor din punct de vedere constructiv și funcțional este întrefierul  $\delta$ . În general, la motoarele asincrone, se urmărește realizarea unui întrefier cât mai mic pentru a obține un curent de magnetizare cât mai mic și un factor de putere mare. Pe de altă parte, din considerente mecanice și tehnologice, se evită valorile prea mici ale lățimii întrefierului pentru a evita eventualele frecări ale rotorului de stator în timpul funcționării. Din aceste motive se recomandă pentru lățimea întrefierului motoarelor asincrone valori ce se obțin, în funcție de puterea nominală a motorului, din următoarele relații (puterea nominală se introduce în W):

$$\delta = (0.1 + 0.02 \cdot \sqrt[3]{P_N}) \cdot 10^{-3} \text{ [m]} \quad \text{pentru } p = 1 \quad (7)$$

$$\delta = (0.1 + 0.012 \cdot \sqrt[3]{P_N}) \cdot 10^{-3} \text{ [m]} \quad \text{pentru } p \geq 1$$

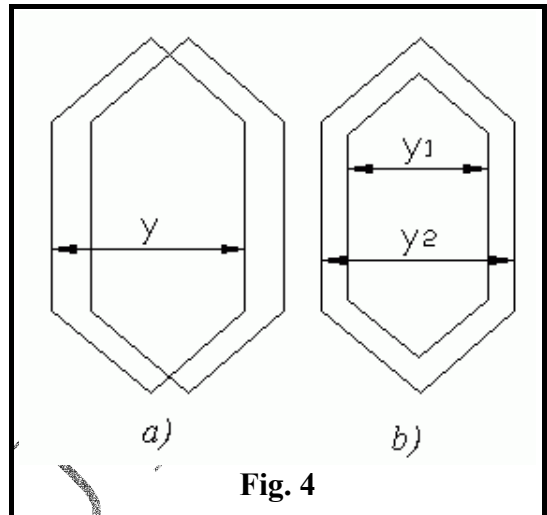
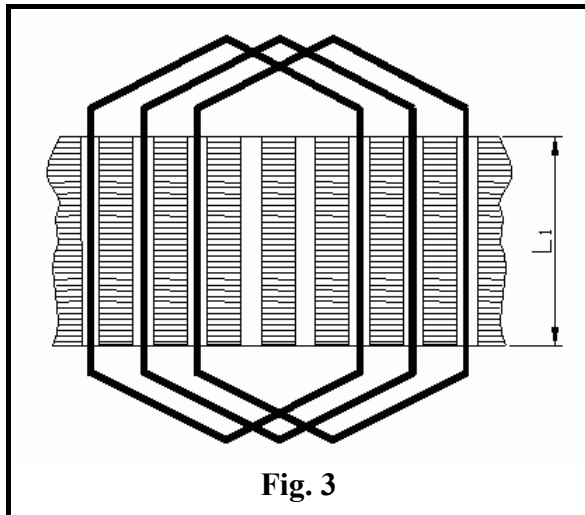
În practică aceste valori se rotunjesc din 0,05 în 0,05 mm. De exemplu: 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55 etc.

### 3.2 Schema de bobinaj

Crestăturile statorului sunt ocupate de mai multe bobine (Fig. 3) distribuite de obicei simetric de-a lungul circumferinței interioare a statorului și împărțite egal pe cele 3 faze.

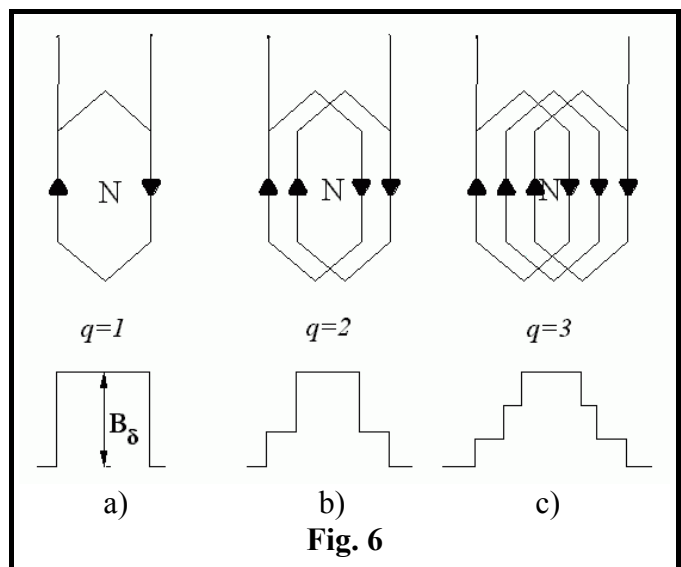
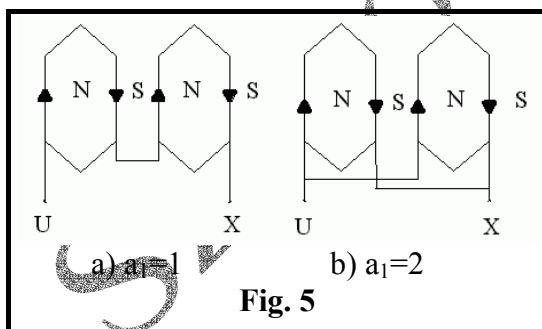
Din punct de vedere tehnologic, la motoarele asincrone trifazate se utilizează 2 tipuri de bobine (Fig. 4):

- bobine egale sau cu pas egal ( $y = \text{pasul bobinei}$ );
- bobine concentrice sau cu pas inegal.



De exemplu, din motive practice, la motoarele cu doi poli (pas polar mare) se prefera bobinele cu pas egal.

Bobinele unei faze sunt legate între ele astfel încât să formeze numărul de poli dorit în întrefierul motorului atunci când sunt parcurse de curent. Dacă toate bobinele aceleiași faze sunt legate în serie se spune că înfășurarea are o singură cale de curent (Fig. 5a), iar dacă bobinele sunt legate în paralel înfășurarea are mai multe căi de curent (două căi de curent în Fig. 5b).



În Fig. 6a este reprezentată variația inducției magnetice în întrefier de-a lungul periferiei statorului produsă de o singură bobină pe pol. Dacă se plasează două bobine pe pol (așezate în crestături vecine) se obține o curbă de variație a inducției în două trepte (Fig. 6b), iar dacă se pun două bobine decalate pe același pol se obține o curbă în 3 trepte (Fig. 6c.) din ce în ce mai apropiate de forma unei sinusoidă pe măsură ce numărul de bobinaj



pe pol crește. Acest număr este de fapt notat cu **q**-număr de creștături pe pol într-o fază (pe pol și fază).

Pentru a construi schema de înfășurare a unui motor trifazat trebuie cunoscut în primul rând numărul de creștături din stator. Dacă  $Z_1$  nu se cunoaște, se poate determina astfel:

$$Z_1 = 2pqm \quad (8)$$

Pentru stabilirea numărului de creștături  $Z_1$  este deci necesară alegerea unui număr de creștături pe pol și fază (**q**). Din Fig. 6 rezultă că numărul de creștături pe pol și fază este bine să fie cât mai mare pentru a se obține o variație în spațiu a câmpului magnetic cât mai apropiată de o sinusoidă. Dacă, însă, numărul de poli este mare, se va alege pentru **q** o valoare mai mică, astfel ca  $Z_1$  să nu rezulte prea mare (relația 8).

Valoarea lui **q** trebuie aleasă deci în funcție de numărul de poli și funcție de gabaritul motorului. Se vor evita, pe cât posibil, valorile fracționare pentru **q**. Astfel se recomandă alegerea valorilor cuprinse între aceste limite:

<b>p</b>	1	2	3	4
<b>q</b>	5÷8	4÷6	3÷5	3÷4

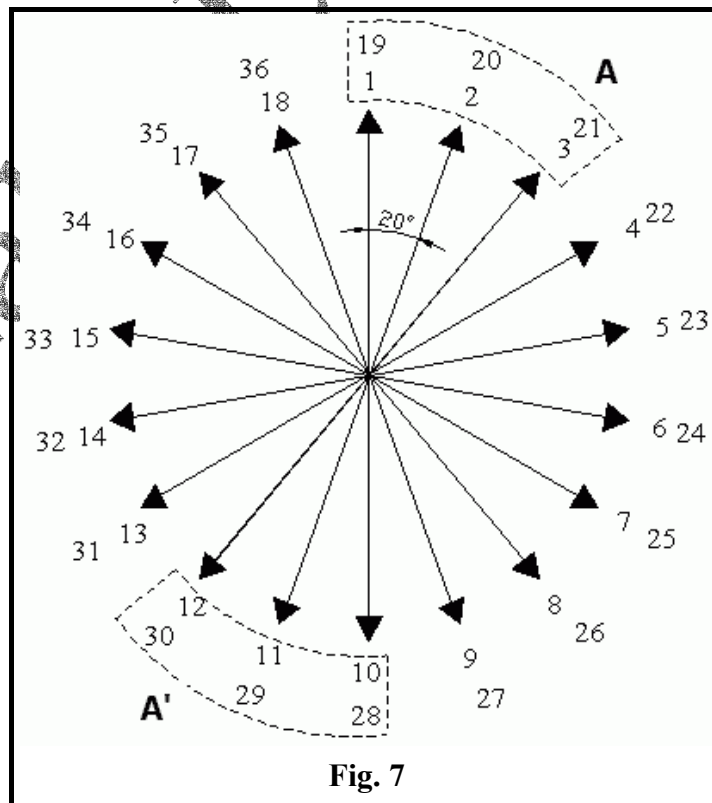
Valoarea lui **q** trebuie aleasă în așa măsură ca  $Z_1$  rezultată să fie cuprinsă în tabelul de la subparagraful 3.5. Dacă numărul de creștături  $Z_1$  este cunoscut, se poate trece în continuare la elaborarea schemei de bobinaj.

Pentru a ilustra modul în care se execută o schemă de bobinaj se consideră cazul unui motor electric asincron trifazat cu  $Z_1 = 36$  creștături,  $2p = 4$  (1500 rot/min):

- se calculează unghiul  $\alpha_e$  de defazaj între tensiunile electromotoare din creștături alăturate (unghi electric)

$$\alpha_e = \frac{2 \cdot \pi \cdot p}{Z_1} = \frac{4 \cdot \pi}{36} = \frac{\pi}{9} = 20^\circ \quad (9)$$

- se construiește steaua tensiunilor electromotoare induse în creștăturile motorului:

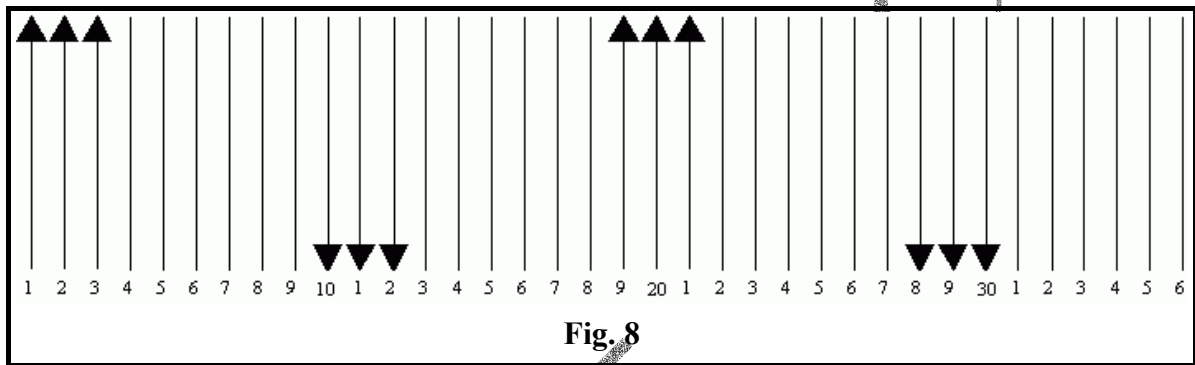


- se calculează valoarea lui  $q$ :

$$q = \frac{Z_1}{2 \cdot p \cdot m} = \frac{36}{4 \cdot 3} = 3$$

Se vor grupa deci trei bobine pe pol. La fel ca în Fig. 6c. Pentru ca cele trei bobine să producă un flux magnetic cât mai marele trebuie decalat cât mai puțin una față de alta (se vor plasa deci în creștături vecine).

- În consecință se aleg  $q=3$  creștături vecine (de ex.: 1, 2, 3 numite creștături de dus pentru curent) în care curentul va avea același sens (+) prin bobine. Diametral opus (pe cât posibil) se vor alege alte  $q=3$  creștături vecine (de ex.: 10, 11, 12, numite creștături de întors pentru curent) în care curentul va avea sens opus (-) față de creștăturile de dus. Din acest punct de vedere situația este identică pentru creștăturile de dus 19, 20, 21 respectiv cele de întors 28, 29, 30 din Fig. 7. Astfel, o treime din creștăturile motorului au fost repartizate pe prima fază (A) a motorului.
- Repartizarea obținută în Fig. 7 se transferă într-o altă reprezentare ca în Fig. 8, în care creștăturile de dus sunt reprezentate cu o săgeată în sus (+), iar cele de întors cu una în jos (-).



Din acest punct problema se împarte în două, și anume: înfășurare într-un strat sau înfășurare în două straturi?

La înfășurarea într-un strat toate spirele dintr-o creștătură sunt grupate într-un singur mănunchi ce aparține unei bobine. La înfășurarea în două straturi, în fiecare creștătură există două mănunchiuri de spire (despărțite între ele printr-o izolație), fiecare mănunchi făcând parte dintr-o altă bobină. Înfășurările în două straturi au deci un număr de bobine de două ori mai mare decât înfășurările într-un strat, dar numărul de spire al unei bobine este de două ori mai mic.

#### **a) Înfășurare într-un strat**

În acest caz, pornind de la Fig. 8, orice creștătură de dus (+) poate forma cu una de întors o bobină. Se urmărește întotdeauna ca legăturile exterioare (capetele de bobină) să fie cât mai scurte, pentru a economisi material. Rezultă astfel, pentru faza A, schema din Fig. 9 (cele două grupe de bobine au fost legate în serie formând o singură cale de curent ca în Fig. 5a).

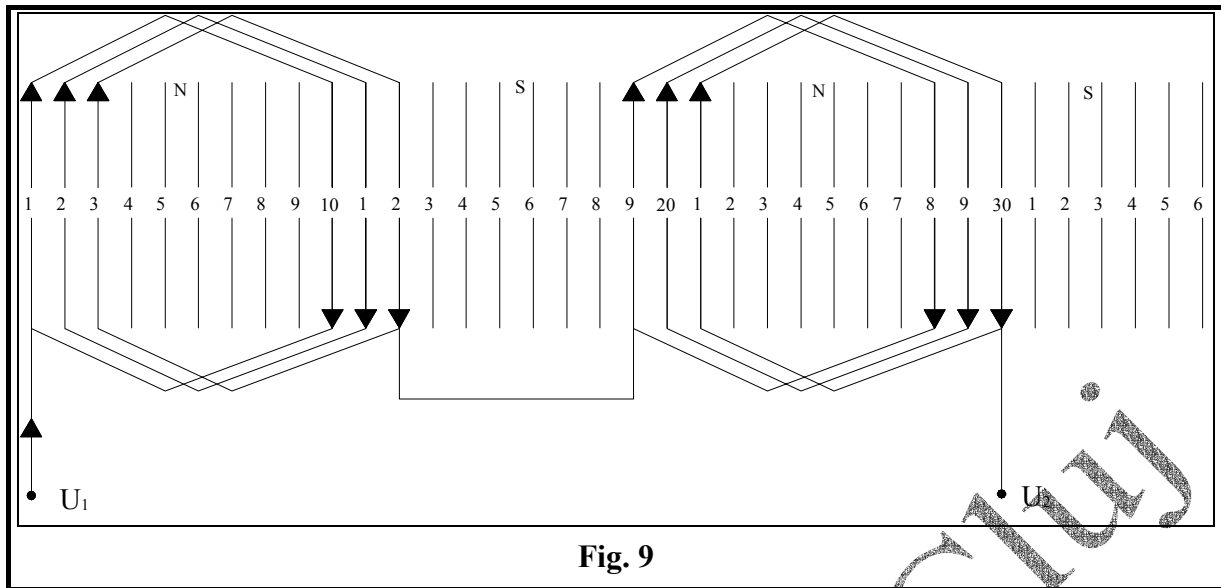


Fig. 9

În Fig. 9 se observă că pasul fiecărei bobine este 1-10 (adică  $y=9$ ) și este egal cu pasul diametral ( $y_c = \frac{Z_1}{2 \cdot p} = \frac{36}{4} = 9$ ).

#### **b) Înfășurare în două straturi**

Dacă alegem o înfășurare în două straturi, repartizarea din Fig. 8 corespunde primului strat (de exemplu stratul de sus) din fiecare creștătură (vezi Fig. 10). Cealaltă latură a fiecărei bobine se va afla în stratul de jos al creștăturilor.

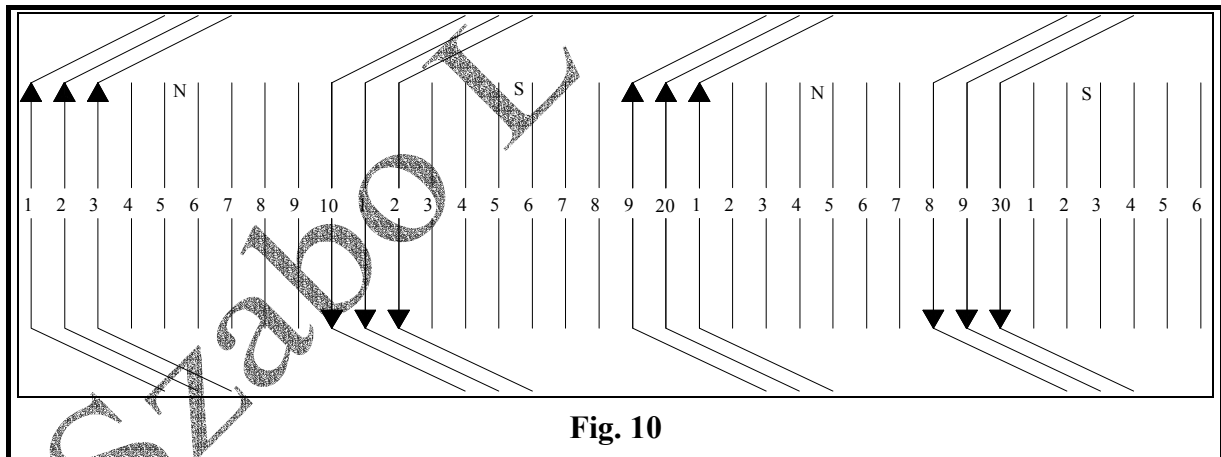


Fig. 10

Pentru a reprezenta în întregime bobinele primei faze trebuie cunoscut acum pasul fiecărei bobine. Dacă se cunoaște acest pas repartizarea laturilor bobinelor în stratul al doilea rezultă imediat. Fie, de exemplu, acest pas  $y=7$  pentru toate bobinele înfășurării. Aceasta înseamnă că prima bobină va fi plasată în creștăturile 1-8, a doua în creștăturile 1-8, etc.

Se obține astfel în Fig. 11 reprezentarea completă a primei faze de înfășurare.

Cunoscând sensul curenților în primul strat (Fig. 10) rezultă sensul curenților în al doilea strat (reprezentat cu o linie întreruptă în Fig. 11).

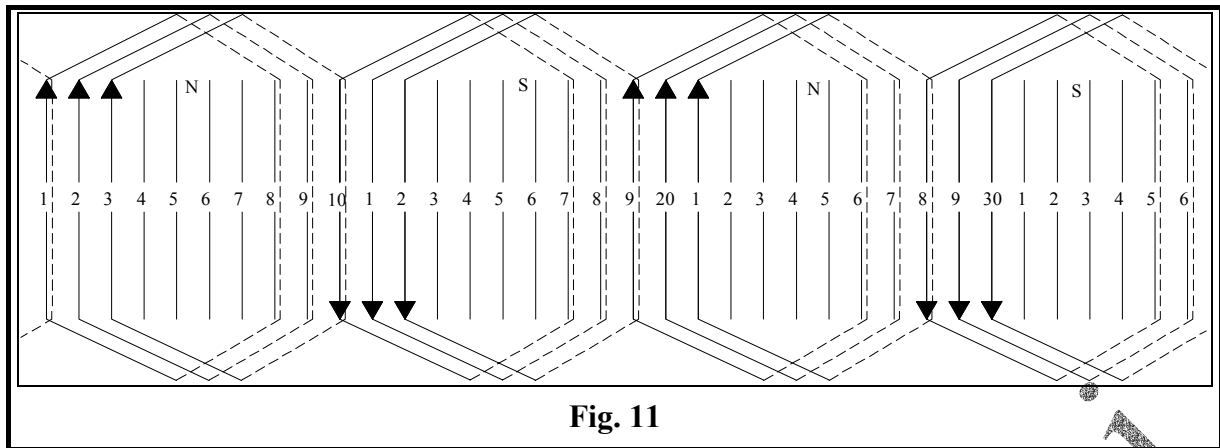


Fig. 11

Crestăturile 1, 10, 19, 28 conțin astfel câte două laturi de bobine (două straturi). Aceste crestături sunt deci complet ocupate de laturi de bobină din prima fază. În alte crestături (ex.: 2, 3, 8, 9, etc.) se vor suprapune și laturi de bobină din celelalte faze. Fazele a doua și a treia vor umple complet crestăturile rămase total sau parțial libere în Fig. 11.

Caracteristica importantă a înfășurărilor în două straturi este aceea că pot fi realizate cu bobine cu pas scurtat (pas mai mic decât cel diametral). În exemplul de mai sus pasul  $y=7$  este un pas mai mic decât cel diametral  $y_c=9$ .

Avantajul înfășurărilor în două straturi constă în aceea că numărul treptelor din curba câmpului magnetic rezultat (Fig. 6c) este mai mare decât la înfășurările într-un singur strat ceea ce permite obținerea unei forme și mai apropiate de o sinusoidă.

Din punct de vedere matematic, această formă de variație în trepte a câmpului magnetic din întrefier (Fig. 6) se poate descompune în serie Fourier obținându-se o fundamentală cu amplitudine mare și o serie de armonici superioare cu amplitudini mult mai mici. Aceste armonici superioare produc doar perturbații în motor (zgomote, vibrații, cupluri parazite, supraîncălziri ale bobinajului). A optimiza o înfășurare înseamnă a obține de la ea un câmp magnetic foarte apropiat de o sinusoidă, deci cu un conținut foarte redus de armonici superioare. Acest optim se poate realiza cu ajutorul înfășurărilor în două straturi. În practică pasul bobinelor la înfășurările în două straturi se alege astfel încât  $y/y_c$  să fie cuprins în intervalul  $(2/3 \div 1)$  având valoarea optimă la mijlocul intervalului.

Revenind la Fig. 11, toate cele patru grupe de bobine ale primei faze se leagă împreună (în serie sau în paralel) astfel încât să se respecte sensurile determinate ale curenților prin bobine. Dacă se alege modul de legare în serie (o singură cale de curent) se obține schema din Fig. 12.

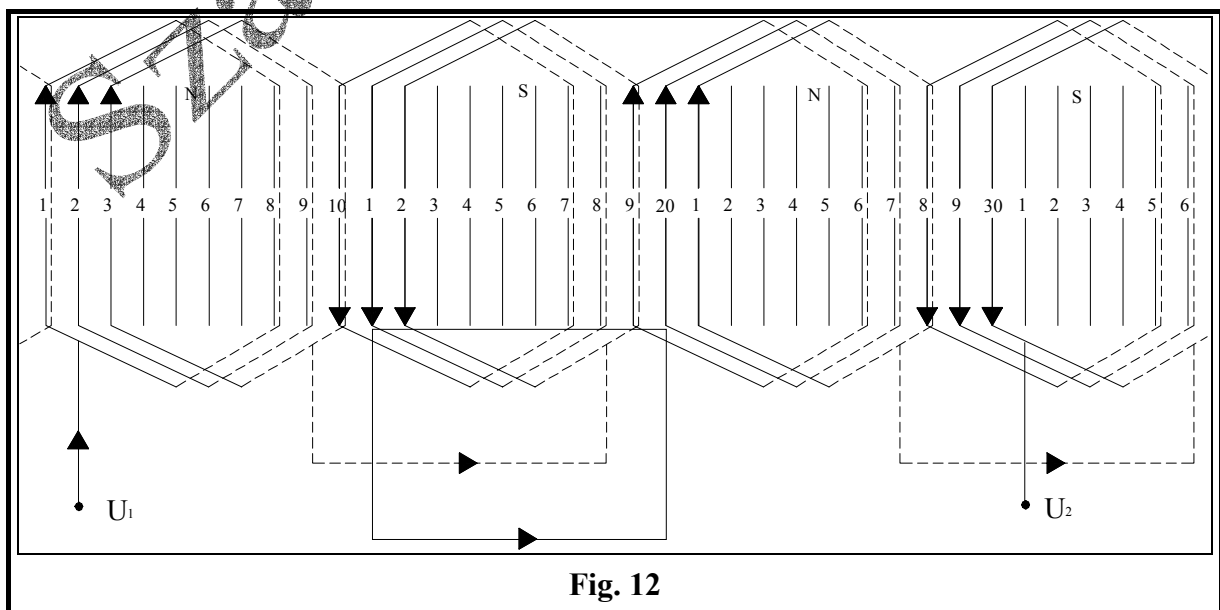


Fig. 12

Celelalte două faze ale înfășurării sunt identice cu faza  $U_1-U_2$  din fig.12, dar decalate între ele cu  $2\pi/3$ . Astfel, măsurând  $120^\circ$  de la creștătura numărul 1 (Fig. 7) se ajunge la creștătura 7 unde va începe faza a doua ( $U_1-U_2$ ) având o repartizare identică cu  $U_1-U_2$ . Similar, începând din creștătura numărul 13, se va reprezenta faza a treia  $W_1-W_2$ . Se obțin astfel cele trei faze ale înfășurării având începuturile  $U_1, V_1, W_1$  și sfârșiturile  $U_2, V_2, W_2$ . Cele trei faze se pot apoi conecta în stea sau triunghi.

După definitivarea schemei de înfășurare se calculează factorul de înfășurare  $k_w$  necesar în calculele de proiectare ulterioare:

$$k_w = k_y \cdot k_q \quad (10)$$

unde:

- $k_y$  - factor de scurtare a pasului bobinei față de pasul diametral;
- $k_q$  - factor de repartizare a bobinelor.

Cei doi factori se pot calcula separat astfel:

$$k_y = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{y_c}\right)$$

$$k_q = \frac{\sin\left(q \cdot \frac{\alpha_e}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\alpha_e}{2}\right)} \quad (11)$$

unde  $\alpha_e$  este unghiul electric de defazaj între două creștături vecine (9).

După cum s-a putut observa, se pot adopta diverse scheme de bobinaj. Pentru o mai ușoară alegere se dau în continuare câteva sfaturi, reguli de urmărit în alegerea caracteristicilor schemei de bobinaj:

- La puteri mici ( $P_N < 10$  kW) se recomandă utilizarea înfășurărilor într-un singur strat, a conductoarelor rotunde, a creștăturilor statorice semiînchise sau semideschise de formă ovală sau trapezoidală.
- La puteri mai mari se pot utiliza înfășurări într-un strat sau în două straturi. Însă în cazul în care trebuie să se utilizeze conductoare profilate sau bare, neapărat trebuie să se adopte înfășurări în două straturi și creștături cu pereți paraleli.

### 3.3 Numărul de spire și diametrul conductorului de bobinaj

S-a arătat anterior că pentru orice calcul de dimensionare trebuie impuse, la început, anumite solicitări magnetice sau electrice. În acest sens, pentru determinarea numărului de spire pe fază ( $w_f$ ) se impune inițial o anumită valoare a inducției magnetice în întrefier  $B_\delta$  (solicitare magnetică). Se recomandă următoarele valori (în Tesla):

- $B_\delta = 0,5 \div 0,7$  T – pentru motoarele cu 2 poli;
- $B_\delta = 0,65 \div 0,75$  T – pentru motoarele cu 4 poli;
- $B_\delta = 0,7 \div 0,8$  T – pentru motoarele cu 6 poli;
- $B_\delta = 0,75 \div 0,85$  T – pentru motoarele cu 8 poli.

În fiecare interval valorile mai mari corespund motoarelor mai mici și invers.

Alegând o valoare pentru  $B_\delta$  se vor determina apoi succesiv:

- fluxul magnetic polar:

$$\Phi = \alpha_i \cdot \tau \cdot L_1 \cdot B_\delta \quad (12)$$

unde pasul polar este dat de relația  $\tau = \pi D / 2p$ , iar  $\alpha_i$  este factorul de acoperire polară reprezentat în Fig. 13 în funcție de factorul de saturație a dinților  $k_{sd}$ . Calculul se va începe cu o valoare medie:  $k_{sd} = 1,4$ .

- numărul de spire pe fază  $w_1$ :

$$w_1 = \frac{k_E \cdot U_{1f}}{4 \cdot k_f \cdot k_w \cdot \Phi \cdot f_1} \quad (13)$$

unde  $k_f$  este factorul de formă al câmpului magnetic și este reprezentat în Fig. 13 în funcție de același factor  $k_{sd}$ . Valoarea lui  $w_1$  se rotunjește la cel mai apropiat număr întreg.

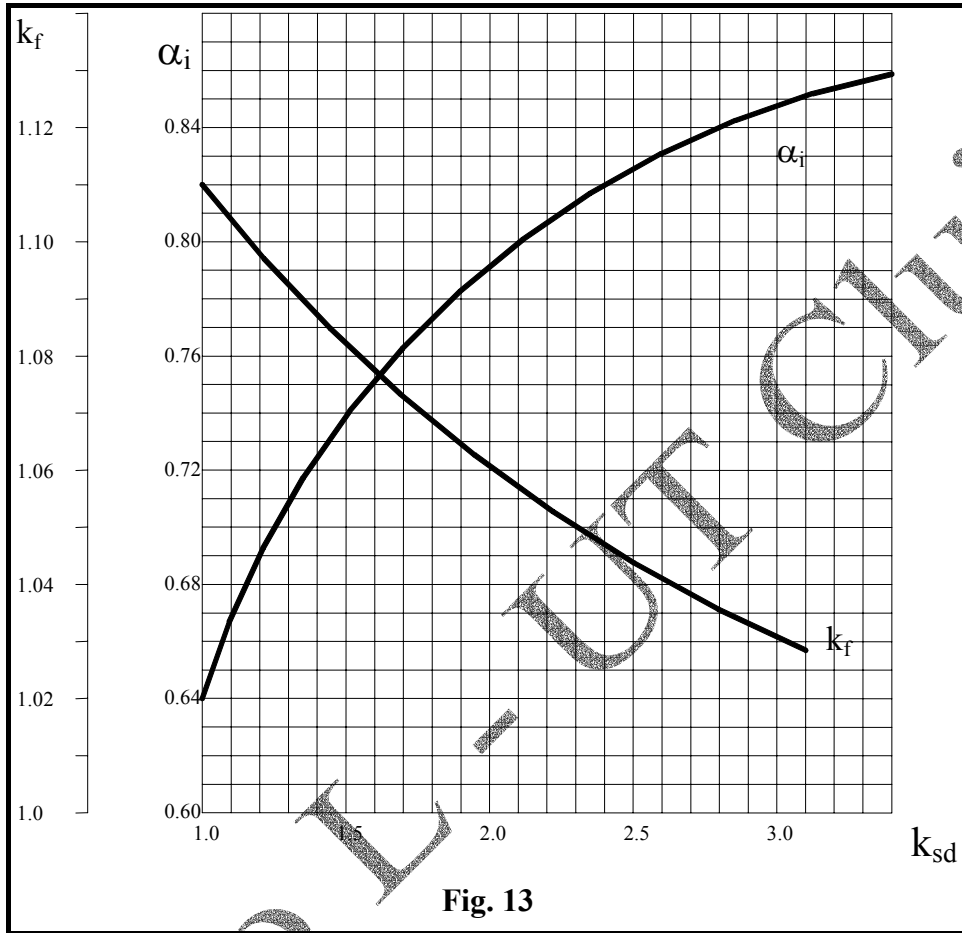


Fig. 13

- numărul de spire pe creștătură  $n_c$ :

$$n_c = \frac{a_1 \cdot w_1}{p \cdot q} \quad (14)$$

unde  $a_1$  este numărul de căi de curent. Se înțelege că și  $n_c$  trebuie să fie număr întreg. În plus, dacă înfășurarea este în două straturi,  $n_c$  trebuie să fie și număr par pentru ca spirele dintr-o creștătură să se împartă egal pe cele două straturi ( $n_c$  - reprezintă deci numărul de spire din toată creștătura, fie că înfășurarea este într-un strat, fie că este în două straturi). În consecință, valoarea lui  $n_c$  se rotunjește corespunzător.

- pătura de curent  $A$ :

$$A = \frac{Z_1 \cdot n_c \cdot I_{1f}}{\pi \cdot D \cdot a_1} \quad (15)$$

unde  $I_{1f}$  este curentul nominal pe fază (relația 1).

În această etapă se poate face o verificare a valorilor obținute până aici. Toate mărimile fiind cunoscute, relația (2) trebuie să devină o identitate. Se precizează însă că identitatea este doar aproximativă datorită rotunjirilor efectuate asupra valorilor  $w_1$  și  $n_c$ .

În continuare, pentru determinarea diametrului conductorului de bobinaj, se impune o anumită valoare a densității de curent  $J_1$  în conductor (solicitare electrică). Se recomandă

următoarele valori (în A/mm<sup>2</sup>):

$J_1=(5\div 8)$  - pentru motoarele cu 6 și 8 poli;

$J_1=(4\div 7)$  - pentru motoarele cu 2 și 4 poli.

În fiecare interval valorile mai mari corespund motoarelor mai mici și invers.

Alegând o valoare pentru  $J_1$  se calculează secțiunea  $q_{Cu1}$  necesară conductorului de bobinaj (pentru început s-a adoptat  $a_1=1$ ):

$$q_{Cu1} = \frac{I_1 f}{J_1 \cdot a_1} \quad (16)$$

și apoi diametrul  $d_{Cu1}$  al conductorului:

$$d_{Cu1} = \sqrt{\frac{4 \cdot q_{Cu1}}{\pi}} \quad (17)$$

Dacă din relația (17) se obține  $d_{Cu1} > 1,3\text{mm}$ , se vor utiliza pentru bobinaj mai multe conductoare în paralel care împreună să însumeze secțiunea  $q_{Cu1}$  necesară. Se procedează astfel pentru a ușura operațiile tehnologice de confecționare a bobinelor și de bobinare a statoarelor. În acest caz se determină prin încercări numărul de conductoare ( $a_p$ ) în paralel astfel încât diametrul conductorului elementar ( $d_{Cu1}$ ) să rezulte mai mic decât 1,3mm:

$$d_{Cu1} = \sqrt{\frac{4 \cdot q_{Cu1}}{\pi \cdot a_p}} \quad (18)$$

Dacă în aceste condiții se obține un număr de conductoare în paralel  $a_p > 4$ , se va proceda astfel: se revine la relația (16) și se adoptă două sau mai multe căi de curent în paralel ( $a_1 = 2\div 4$ ) astfel încât din relația (18) să rezulte  $a_p \leq 4$ , se corectează în Fig. 12 modul de legare a bobinelor (inițial s-au legat în serie). Conductoarele emailate din cupru pentru bobinaj se livrează la anumite diametre, standardizate. Este, deci necesar ca valoarea lui  $d_{Cu1}$  obținută din relația (18) să fie rotunjită la cea mai apropiată valoare standardizată (Anexa 1).

### 3.4. Crestăturile statorului

În stator numărul de creștături  $Z_1$  este cunoscut (stabilit odată cu schema de bobinaj). În continuare problema poate fi împărțită în două:

#### a) Suprafața creștăturii

Cunoscând numărul necesar de spire într-o creștătură ( $n_c$ ) și numărul de conductoare în paralel ( $a_p$ ) cu care se execută cele  $n_c$  spire, se poate aprecia suprafața necesară a creștăturii pentru a cuprinde în ea cele  $a_p \cdot n_c$  conductoare elementare. Se definește, în acest sens, un factor de umplere ( $k_u$ ) al creștăturii ca raport între suprafața totală a conductoarelor din creștătură și suprafața geometrică a creștăturii ( $S_c$ ):

$$k_u = \frac{\pi \cdot d_{Cu1}^2 \cdot a_p \cdot n_c}{4 \cdot S_c} \quad (19)$$

Se știe din practică, de exemplu, că un astfel de factor de umplere  $k_u > 0,45$  n-ar permite introducerea în creștătură a tuturor spirelor bobinei, iar un factor  $k_u < 0,35$  ar lăsa spațiu ne-utilizat în creștătură. Impunând, deci, un factor de umplere  $k_u$ , se poate calcula suprafața geometrică necesară creștăturii ( $S_c$ ):

$$S_c = \frac{\pi \cdot d_{Cu1}^2 \cdot a_p \cdot n_c}{4 \cdot k_u} \quad (20)$$

unde:

- $k_u = 0,36 \div 0,4$  pentru motoare mici (<10 kW)
- $k_u = 0,4 \div 0,44$  pentru motoare mari.

În realitate, deci, din toată suprafața geometrică a creștăturii doar cca. 40% poate fi ocupată efectiv de cupru, iar în rest de izolații și de spații de aer inevitabile.

### **b) Forma și dimensiunile creștăturii:**

Pentru stator se recomandă una din formele de creștături semi-închise din Fig. 14, pentru gama de motoare la care ne referim.

Creștătura are pereții înclinați astfel încât dinții statorului să rezulte cu pereții paraleli (Fig. 15).

Pentru dimensionarea creștăturilor este nevoie de impunerea solicitărilor magnetice pentru diferite porțiuni ale circuitului magnetic: inducția magnetică în jugul statoric  $B_{j1} = 1,35 \div 1,55$  T și în dinții statorului  $B_{d1} = 1,5 \div 1,65$  T.

Lățimea dintelui ( $b_{z1}$ ) este deci aceeași în oricare secțiune a dintelui.

Dimensiunile  $a_s$ ,  $h_{01}$ ,  $h_s$  se stabilesc pe baza experienței practice astfel:

- $a_s = 2 \div 3$  mm pentru a permite introducerea conductoarelor în creștătură;
- $h_{01} = 0,5 \div 1$  mm;
- $h_s = 1 \div 4$  mm, zonă în care se introduce pana din lemn care închide creștătura.

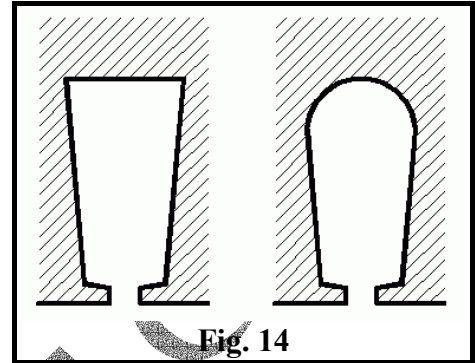


Fig. 14

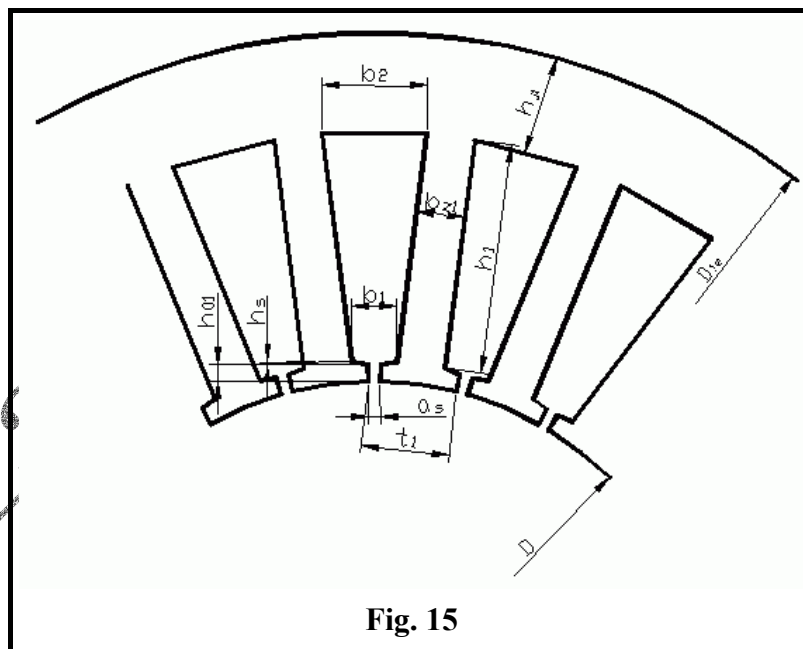


Fig. 15

Pasul dentar ( $t_1$ ) se poate calcula astfel:

$$t_1 = \frac{\pi \cdot D}{Z_1} \quad (21)$$

Inducția magnetică din întrefier  $B_\delta$  este cunoscută (stabilită anterior, în relația 12). Rămân nedeterminate următoarele dimensiuni:  $b_{z1}$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  și  $h_1$ .

Deoarece fluxul care traversează dintele este același cu fluxul magnetic care traversează întrefierul în secțiunea  $t_1 \cdot L_1$ , se poate scrie:



$$B_{\delta} \cdot t_1 \cdot L_1 = B_{d1} \cdot b_{z1} \cdot L_1 \cdot k_{Fe} \quad (22)$$

sau:

$$b_{z1} = \frac{B_{\delta}}{k_{Fe} \cdot B_{d1}} \cdot t_1 \quad (23)$$

unde:

- $B_{d1}$  - este inducția magnetică în dinte;
- $k_{Fe}$  - este factorul de umplere a pachetului de tole (factorul de împachetare),  $k_{Fe} \cong 0,96$ .

Alegând o valoare a inducției conform solicitărilor magnetice impuse se obține din relația (23) lățimea dintelui ( $b_{z1}$ ). Din motive tehnologice (de rezistență mecanică) nu se vor admite valori  $b_{z1} < 3,5$  mm, chiar dacă din calcul rezultă uneori astfel de valori. Utilizând în continuare o relație geometrică se obține:

$$b_1 = \frac{\pi \cdot (D + 2 \cdot h_{01} + 2 \cdot h_s)}{Z_1} - b_{z1} \quad (24)$$

Pentru determinarea dimensiunilor  $h_1$  și  $b_2$  formăm un sistem de 2 ecuații (folosind în prima ecuație suprafața creștăturii care este cunoscută):

$$\begin{cases} \frac{(b_1 + b_2) \cdot h_1}{2} + \frac{(b_1 + a_s) \cdot h_s}{2} = S_c \\ b_2 = b_1 + 2 \cdot h_1 \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{Z_1}\right) \end{cases} \quad (25)$$

rezolvând acest sistem de ecuații neliniare se obține următoarea soluție:

$$h_1 = \frac{b_2 - b_1}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{Z_1}\right)}$$

$$b_2 = \sqrt{b_1^2 + 2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{Z_1}\right) (2S_c - h_s b_1 - h_s a_s)}$$

Se observă deci că dimensiunile calculate în relațiile (23)÷(25) depind de valoarea impusă a inducției în dinte  $B_{d1}$ . Aceste dimensiuni nu sunt definitive, deoarece, este posibil ca valoarea aleasă  $B_{d1}$  să conducă la un factor de saturație a dinților ( $k_{sd}$ ) diferit de cel impus anterior (în relația 12). În această etapă se poate calcula factorul  $k_{sd}$  și este deci necesar să se verifice dacă  $k_{sd}$  se apropie de valoarea aleasă inițial ( $k_{sd}=1,4$ ).

Factorul de saturație a dinților (stator și rotor) se definește astfel:

$$k_{sd} = \frac{U_{m\delta} + U_{md1} + U_{md2}}{U_{m\delta}} \quad (26)$$

unde:

- $U_{m\delta}$  - tensiunea magnetică în întrefier;
- $U_{md1}$  - tensiunea magnetică în dinții statorului;
- $U_{md2}$  - tensiunea magnetică în dinții rotorului.

Se calculează tensiunea magnetică în întrefier:

$$U_{m\delta} \cong 1,26 \cdot \delta \cdot \frac{B_{\delta}}{\mu_0} \quad (27)$$

unde:  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  este permeabilitatea magnetică a aerului.

Se calculează tensiunea magnetică în dinții statorului:

$$U_{md1} = H_{d1} \cdot (h_1 + h_s + h_{01}) \quad (28)$$

unde  $H_{d1}$  este intensitatea câmpului magnetic în dinte și se obține din curba de magnetizare  $B=f(H)$  a tablei silicioase pentru valoarea aleasă  $B_{d1}$  (vezi anexa 2).

Presupunând că și în rotor se va obține aproximativ aceeași tensiune magnetică în dinți ( $U_{md1} \approx U_{md2}$ ), se calculează din relația (26) valoarea factorului de saturație  $k_{sd}$ . În cazul că valoarea calculată  $k_{sd}$  este diferită de 1,4 trebuie reluat calculul începând de la relația (23) cu o altă valoare a inducției în dinte  $B_{d1}$ . Calculul se poate repeta de câteva ori până când valoarea calculată  $k_{sd}$  se apropie de valoarea admisă inițial. În acest moment dimensiunile creștăturii se consideră definitive fiind în concordanță cu celelalte mărimi stabilite anterior.

Utilizând o relație geometrică se poate acum calcula și înălțimea jugului statoric  $h_{j1}$ :

$$h_{j1} = \frac{D_{1e} - (D + 2 \cdot h_{01} + 2 \cdot h_s + 2 \cdot h_1)}{2} \quad (29)$$

### 3.5. Creștăturile rotorului

La rotoarele în scurtcircuit este necesar să se acorde o atenție deosebită alegerii numărului de creștături  $Z_2$ . Un număr necorespunzător de creștături în rotor conduce la: creșterea nivelului de zgomot magnetic, creșterea nivelului de vibrații, apariția unor cupluri parazite sincrone și asincrone (care pot perturba funcționarea motorului în special în perioada pornirii). În urma experienței acumulate în acest sens s-au dovedit corespunzătoare anumite numere de creștături (date mai jos în funcție de  $p$  și  $Z_1$ ):

$p$	$Z_1$	$Z_2$ creștături înclinate în rotor
1	24	18, 20, 22, 28, 30, 33, 34
	36	25, 27, 28, 29, 30, 43
	48	30, 37, 39, 40, 41
2	24	16, 18, 20, 30, 33, 34, 35, 36
	36	28, 30, 32, 34, 45, 48
	48	36, 40, 44, 57, 59
	72	42, 48, 54, 56, 60, 61, 62, 68, 76
3	36	20, 22, 28, 44, 47, 49
	54	34, 36, 38, 40, 44, 46
	72	44, 46, 50, 60, 61, 62, 82, 83
4	48	26, 30, 34, 35, 36, 38, 58
	72	42, 46, 48, 50, 52, 56, 60
6	72	69, 75, 80
	90	86, 87, 93, 94

După alegerea numărului de creștături în rotor  $Z_2$  se vor determina succesiv: suprafața, forma și dimensiunile creștăturii.

#### a) Suprafața creștăturii

Pentru rotoarele în scurtcircuit (având barele din aluminiu turnate sub presiune), suprafața creștăturii este de fapt suprafața barei, adică a conductorului înfășurării rotorice.

Această suprafață se determină ca la stator, impunând o anumită valoare a densității

de curent  $J_2$  în barele rotorului (solicitare electrică). Pentru aluminiu se recomandă  $J_2=2,5\div 4 \text{ A/mm}^2$ . Valorile mai mici se vor alege pentru motoarele cu turații mai mici și invers. Alegând o valoare pentru  $J_2$  se calculează secțiunea barei  $q_b$  (egală deci cu secțiunea creștăturii rotorice):

$$q_b = \frac{I_b}{J_2} \quad (30)$$

unde  $I_b$  este curentul din bara rotorică (egal cu curentul de fază  $I_2$  pentru rotoarele în scurtcircuit):

$$I_b = I_2 = k_I \cdot \frac{2 \cdot m \cdot w_1 \cdot k_W}{Z_2} I_{1f} \quad (31)$$

Factorul  $k_I$  ține cont de inegalitatea solenațiilor din stator și din rotor și depinde de factorul de putere al motorului:

$$k_I = 0.8 \cdot \cos \varphi_N + 0.21 \quad (31a)$$

Toate barele rotorice sunt scurtcircuitate la ambele capete de câte un inel de scurtcircuitare ce se obține, de obicei, tot prin turnare împreună cu barele formând astfel colivia în scurtcircuit a rotorului.

Alegând o densitate de curent în inelul de scurtcircuitare se determină secțiunea necesară acestuia ( $q_{in}$ ) în  $\text{mm}^2$  :

$$q_{in} = \frac{I_i}{J_i} \quad (32)$$

unde  $I_i$  este curentul în inel:

$$I_i = \frac{I_b}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot p}{Z_2}\right)} \quad (33)$$

iar  $J_i$  este densitatea de curent admisă în inel. Se recomandă următoarele valori:  $J_i=(0,7\div 0,8) \cdot J_2$ .

### **b) Forma și diametrul creștăturii**

Pentru a determina dimensiunile creștăturii rotorice trebuie cunoscute suprafața necesară creștăturii și forma creștăturii. Suprafața creștăturii s-a determinat anterior (relația 30). Pentru a stabili forma creștăturii rotorice trebuie cunoscut modul în care această formă influențează comportarea motorului. În acest sens se amintește că parametrii motorului (la funcționarea în sarcină sau la pornire) depind și de rezistența și reactanța de dispersie a rotorului de care depinde în final factorul de putere la funcționarea în sarcină (o valoare mică a reactanței de dispersie conduce la un factor de putere mare și invers). Forma creștăturii influențează de asemenea, intensitatea efectului pelicular la pornire. Efectul pelicular mărește valoarea rezistenței și reduce valoarea reactanței de dispersie ale rotorului de care depind, în final, cuplul de pornire și curentul de pornire (un efect pelicular pronunțat conduce la creșterea cuplului de pornire și la scăderea curentului de pornire).

Parametrii necesari la pornire (curentul și cuplul) impun, deci în mare măsură forma de creștătură ce urmează a fi aleasă.

De exemplu, dacă motorul trebuie să dezvolte un cuplu de pornire mare ( $m_p=2,5\div 4$ ) se va alege în rotor o formă de crestătură "cu bare înalte" (Fig. 16a) sau o formă specială denumită "cu dublă colivie" (Fig. 16b).

Formele de crestătură din Fig. 16a și b pot aduce un efect pelicular puternic rezolvând problema cuplului mare la pornire dar au reactanțe de dispersie mari și conduce la un factor de putere redus la funcționarea în sarcină.

Dacă cuplul de pornire impus are valori obișnuite ( $1,2\div 2,4$ ) se va alege în rotor o colivie simplă, cu o formă de crestătură asemănătoare celor din Fig. 16c. În practică se vor întâlni foarte multe forme de crestături, fiecare din ele conducând la o anumită reactanță de dispersie și la un efect pelicular mai mult sau mai puțin pronunțat.

Trebuie acordată o atenție deosebită alegerii formei de crestătură rotorică, întrucât ea influențează puternic parametrii motorului (în special la pornire) și reprezintă o cale importantă de optimizare a motorului.

Și în acest caz se impun solicitările magnetice pentru circuitul magnetic rotoric: inducția magnetică în jugul rotoric  $B_{r2}=1,2\div 1,6$  T, respectiv în dinți  $B_{d2}=1,2\div 1,8$  T.

Pentru a determina dimensiunile crestăturii alegem, de exemplu prima formă din Fig. 16c (crestătură semiînchisă).

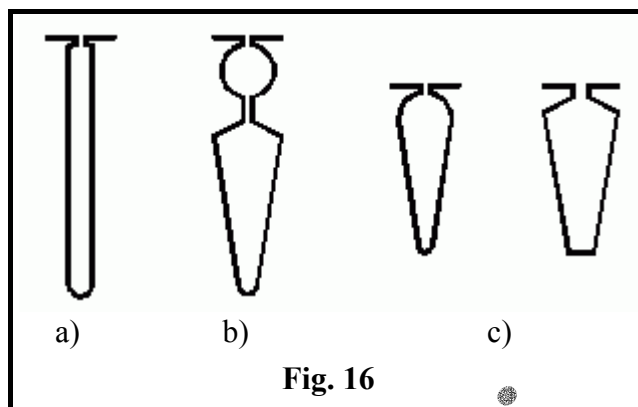


Fig. 16

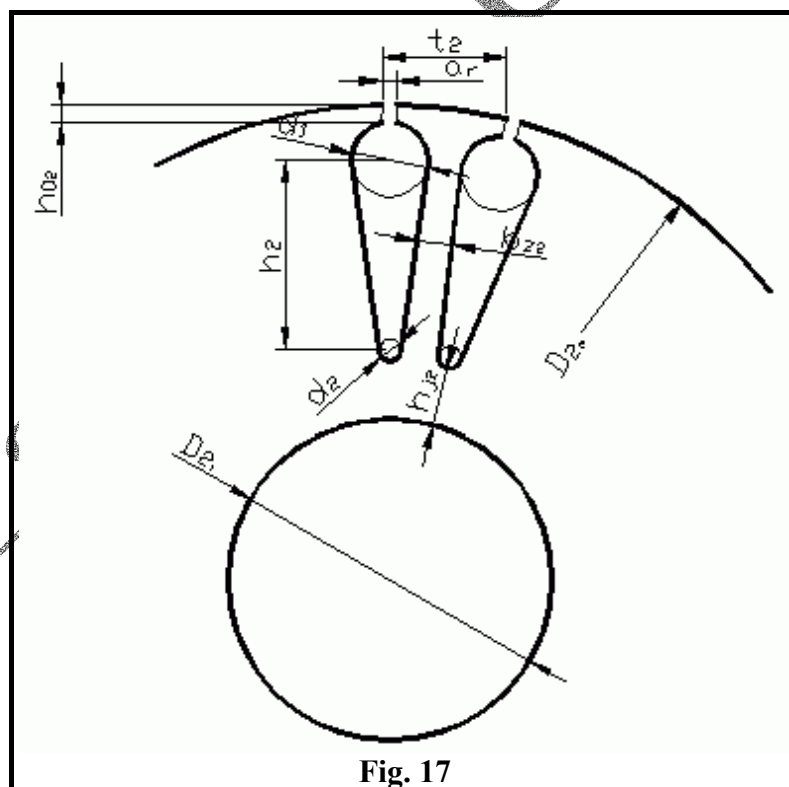


Fig. 17

Crestătura are pereții înclinați astfel încât dinții rotorului să rezulte cu pereții paraleli (Fig. 17). Lățimea  $b_{22}$  aceeași în oricare secțiune a dintelui.

Dimensiunile  $a_r$  și  $h_{02}$  se stabilesc pe baza experienței practice. Astfel  $a_r$  se alege din domeniul  $1\div 2,5$  mm, iar  $h_{02}=0,5\div 1$  mm.

Se calculează pasul dentar rotoric:

$$t_2 = \frac{\pi \cdot D_{2e}}{Z_2} \quad (34)$$

unde:

$$D_{2e} = D - 2\delta$$

Impunând o anumită solicitare magnetică în dintele rotorului ( $\mathbf{B}_{d2} = 1,2 \div 1,8 \text{ T}$ ) se calculează lățimea lui:

$$b_{z2} = \frac{B_{\delta}}{k_{Fe} \cdot B_{d2}} t_2 \quad (35)$$

Prin analogie cu relația (24) se poate scrie pentru rotor (vezi fig.17):

$$\frac{\pi \cdot (D_{2e} - 2h_{02} - d_1)}{Z_2} - b_{Z2} = d_1 \quad (36)$$

Din ecuația (36) se obține astfel:

$$d_1 = \frac{\pi \cdot (D_{2e} - 2h_{02}) - Z_2 \cdot b_{Z2}}{\pi + Z_2} \quad (37)$$

Pentru a determina dimensiunile  $\mathbf{h}_2$  și  $\mathbf{d}_2$  formăm un sistem de două ecuații (se utilizează în prima ecuație suprafața creștăturii rotorului determinată anterior):

$$\begin{cases} \frac{\pi \cdot d_1^2}{8} + \frac{\pi \cdot d_2^2}{8} + \frac{(d_1 + d_2) \cdot h_2}{2} = q_b \\ d_2 + 2 \cdot h_2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{Z_2} = d_1 \end{cases} \quad (38)$$

Soluția acestui sistem este:

$$d_2 = \frac{d_1^2 \left[ 2 + \pi \tan \left( \frac{\pi}{Z_2} \right) \right] - 8 \tan \left( \frac{\pi}{Z_2} \right) q_b}{2 - \pi \tan \left( \frac{\pi}{Z_2} \right)}$$

$$h_2 = \frac{d_1 - d_2}{2 \tan \left( \frac{\pi}{Z_2} \right)}$$

Lățimea dintelui ( $\mathbf{b}_{z2}$ ) influențează deci: dimensiunile creștăturii rotorice; tensiunea magnetică în dintele rotorului ( $\mathbf{U}_{md2}$ ) și factorul de saturație a dintelui ( $\mathbf{k}_{sd}$ ). Pentru a obține un factor de saturație egal cu cel impus ( $\mathbf{k}_{sd}=1,4$ ), s-a presupus, în relația (26), că tensiunile magnetice în dinți vor fi aproximativ egale ( $\mathbf{U}_{md1} = \mathbf{U}_{md2}$ ). Este necesar să se verifice, în această etapă, dacă tensiunea magnetică în dintele rotorului ( $\mathbf{U}_{md2}$ ) este egală cu valoarea cunoscută anterior  $\mathbf{U}_{md1}$  (relația 28). Pentru calculul lui  $\mathbf{U}_{md2}$  se folosește o relație asemănătoare:

$$U_{md2} = H_{d2} \cdot \left( h_2 + h_{02} + \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} \right) \quad (39)$$

Intensitatea magnetică  $\mathbf{H}_{d2}$  în dinte se obține din curba de magnetizare  $\mathbf{B=f(H)}$  a tablei silicioase pentru valoarea aleasă a inducției  $\mathbf{B}_{d2}$ . Dacă  $\mathbf{U}_{md2} < \mathbf{U}_{md1}$  înseamnă că dintele rotorice este prea puțin solicitat magnetic, și în consecință se vor relua calculele începând de la relația (35) cu o valoare mai mare a inducției  $\mathbf{B}_{d2}$  calculând succesiv alte dimensiuni  $\mathbf{b}_{z2}$ ,  $\mathbf{d}_1$ ,  $\mathbf{d}_2$ ,  $\mathbf{h}_2$ .

Calculule se pot repeta de mai multe ori până când valoarea  $U_{md2}$  devine aproximativ egală cu  $U_{md1}$ . Atunci dimensiunile creștăturii rotorice se consideră definitive și se poate calcula în continuare, înălțimea jugului rotorice ( $h_{j2}$ ) pe baza solicitărilor magnetice impuse:

$$h_{j2} = \frac{\Phi}{2k_{Fe}L_1B_{j2}} \quad (40)$$

Cunoscând aceasta se poate calcula diametrul interior al rotorului:

$$D_{2i} = D_{2e} - 2(h_{02} + h_2 + h_{j2}) - d_1 - d_2$$

Diametrul interior al rotorului trebuie să fie mai mare cel puțin cu 10-15 % decât diametrul capătului de ax al mașinii, mărime rezultată din calculul mecanic efectuat în funcție de cuplul maxim dezvoltat de mașină. Diametrele capătului de ax impuse în funcție de puterea nominală a mașinii și a numărului de perechi de pol sunt date în tabelul următor.

$P_N$ [kW]	Diametrul capătului de ax [mm]			
	p=1	p=2	p=3	p=4
0,25	–	14	–	–
0,37	14	14	19	–
0,55	14	19	19	–
0,75	19	19	24	28
1,1	19	24	24	28
1,5	24	24	28	28
2,2	24	28	28	38
3	28	28	38	38
4	28	28	38	42
5,5	38	38	38	42
7,5	38	38	42	42
11	42	42	42	48
15	42	42	48	55
18,5	42	48	55	60
22	48	48	55	60
30	55	55	60	65
37	55	60	65	75
45	55	60	75	75
55	60	65	75	80
75	75	75	80	–
90	90	75	–	–

Cunoscând înălțimea creștăturii rotorului se vor determina aici și dimensiunileinelului de scurtcircuitare (hașurat în Fig. 18).

Diametrul  $D_4$  se alege cu 2 până la 4 mm mai mic decât diametrul exterior  $D_{2e}$  al rotorului.

Diametrul  $D_3$  se alege astfel ca inelul de scurtcircuitare să acopere creștătura rotorului pe toată înălțimea ei:

$$D_3 < (D_{2e} - 2 \cdot h_{02} - d_1 - 2 \cdot h_2 - d_2) \quad (41)$$

Rezultă de aici înălțimea inelului de scurtcircuitare:

$$a = \frac{D_4 - D_3}{2} \quad (42)$$

Cunoscând secțiunea inelului de scurtcircuitare (relația 32), se determină și lățimea inelului (**b**):

$$b = \frac{q_{in}}{a} \quad (43)$$

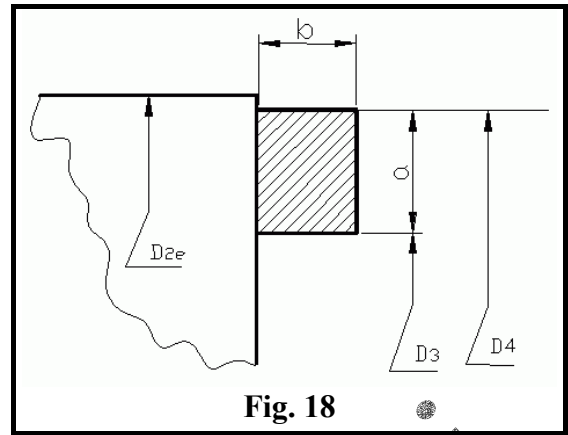


Fig. 18

## 4. CALCULUL ELECTROMAGNETIC

Pentru a efectua calculul electromagnetic de verificare a caracteristicilor se presupun cunoscute toate datele constructive ale motorului electric (caracteristicile materialelor folosite, toate dimensiunile, datele de bobinaj, etc.). Acest calcul cuprinde etapele 3÷9 din Fig. 1 și reprezintă o succesiune de relații cu ajutorul cărora se determină în final caracteristicile de funcționare ale motorului.

### 4.1 Verificarea solicitărilor electrice și magnetice.

Pentru calculul solicitărilor electrice  $J$  ( $A/mm^2$ ) se determină valoarea curentului de fază din stator:

$$I_{1f} = \frac{P_N}{3 \cdot U_{1f} \cdot \eta_N \cdot \cos \varphi_N} \quad (44)$$

unde puterea nominală, tensiunea de fază, randamentul și factorul de putere sunt cele din tema de proiectare.

Se calculează apoi secțiunea totală a conductoarelor de cupru pentru o cale de curent:

$$q_{cu1} = \frac{\pi d_{cu}^2}{4} a_p \quad (45)$$

unde  $d_{cu}$  este diametrul neizolat al conductorului elementar, iar  $a_p$  numărul de conductoare în paralel pe aceeași cale de curent.

Cu acestea se determină valoarea densității de curent:

$$J_1 = \frac{I_{1f}}{q_{cu1} a_1} \quad (46)$$

unde  $a_1$  este numărul de căi de curent adoptat în schema de înfășurare (Fig. 5).

Se recomandă ca valoarea densității de curent să fie cuprinsă în intervalul:

- $J_1 = (4 \div 7) A/mm^2$  pentru motoare cu 2 și 4 poli,
- $J_1 = (5 \div 8) A/mm^2$  pentru motoare cu 6 și 8 poli.

Pentru determinarea solicitărilor magnetice se calculează fluxul magnetic și inducția magnetică din întrefier:

$$\Phi = \frac{k_E \cdot U_{1f}}{4 \cdot k_f \cdot k_w \cdot f \cdot w_1} \quad (47)$$

$$B_{\delta} = \frac{\Phi}{\alpha_i \cdot \tau \cdot L_1} \quad (48)$$

unde, pentru factorul de formă și factorul de acoperire polară, se consideră la început valorile  $k_f=1.085$  și  $\alpha_i=0.725$  corespunzătoare unui factor de saturație a dinților  $k_{sd}=1.4$  (conform Fig. 13); factorul de bobinaj este cel di relația (10).

Se recomandă ca inducția magnetică din întrefier ( $B_{\delta}$ ) să aibă valori cuprinse între anumite limite (vezi subcapitolul 3.3.).

Dacă  $J_1$  și  $B_{\delta}$  corespund recomandărilor de mai sus, rezultă că dimensiunile principale ale motorului și datele de bobinaj sunt corecte.

Utilizând notațiile din Fig. 15 și 17 se calculează din desene lățimile dinților și înălțimile jugurilor pentru stator și rotor:

$$\begin{aligned} b_{z1} &= \frac{\pi(D + 2h_{01} + 2h_s)}{Z_1} - b_1 \\ b_{z2} &= \frac{\pi(D_{2e} - 2h_{02} - d_1)}{Z_2} - d_1 \\ h_{j1} &= \frac{D_{1e} - D}{2} - h_{01} - h_s - h_1 \\ h_{j2} &= \frac{D_{2e} - D_{2i}}{2} - h_{02} - \frac{d_1}{2} - h_2 - \frac{d_2}{2} \end{aligned} \quad (49)$$

Cu acestea se calculează inducțiile magnetice corespunzătoare zonelor respective (dinți și juguri):

$$\begin{aligned} B_{d1} &= \frac{t_1}{b_{z1} \cdot k_{Fe}} \cdot B_{\delta} \\ B_{d2} &= \frac{t_2}{b_{z2} \cdot k_{Fe}} \cdot B_{\delta} \\ B_{j1} &= \frac{\Phi}{2 \cdot h_{j1} \cdot L_1 \cdot k_{Fe} \cdot k_E} \\ B_{j2} &= \frac{\Phi}{2 \cdot h_{j2} \cdot L_1 \cdot k_{Fe}} \end{aligned} \quad (50)$$

unde  $t_1$  și  $t_2$  reprezintă pasul dentar statoric, respectiv rotoric (relația 21). Dacă aceste valori ale inducțiilor din dinți și juguri sunt aproximativ cuprinse în intervalul (1,4÷1,7) T, rezultă că tolele statorice și rotorice au o "geometrie" corespunzătoare.

După aceste verificări ale solicitărilor specifice se efectuează, în continuare, calculele pentru determinarea parametrilor energetici ai motorului.

#### 4.2. Calculul curentului de magnetizare

Pentru determinarea factorului lui Carter ( $k_c$ ) se parcurge urătoarea secvență:



$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{a_s^2}{5\delta + a_s}; & \gamma_2 &= \frac{a_r^2}{5\delta + a_r} \\ k_{c_1} &= \frac{t_1}{t_1 - \gamma_1}; & k_{c_2} &= \frac{t_2}{t_2 - \gamma_2} \\ k_c &= k_{c_1} \cdot k_{c_2}\end{aligned}\quad (51)$$

unde:  $a_s, a_r$  reprezintă deschiderile spre întrefier ale creștăturii statorului respectiv rotorului.

Factorul lui Carter ține seama de aceste deschideri ale creștăturilor care au ca efect o creștere fictivă a întrefierului astfel încât, în calculele următoare, în locul întrefierului real se va considera întrefierul de calcul:

$$\delta' = k_c \delta$$

Se înțelege de aici că factorul  $k_c$  are o valoare supraunitară.

În continuare se utilizează curba de magnetizare  $\mathbf{B}=\mathbf{f}(\mathbf{H})$  a materialului tolelor (vezi Anexa 2) pentru determinarea intensității câmpului magnetic. Pentru fiecare zonă de circuit magnetic inducției  $\mathbf{B}$  îi va corespunde (din curbă) o valoare a intensității  $\mathbf{H}$  a câmpului magnetic, astfel:  $B_{d_1} \rightarrow H_{d_1}; B_{d_2} \rightarrow H_{d_2}; B_{j_1} \rightarrow H_{j_1}; B_{j_2} \rightarrow H_{j_2}$ . Cu aceste valori se pot calcula tensiunile magnetice ( $U_m$ ) corespunzătoare porțiunilor respective de circuit magnetic :

$$\begin{aligned}U_{md_1} &= (h_1 + h_s) \cdot H_{d_1} \\ U_{md_2} &= \left( h_2 + \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} \right) \cdot H_{d_2} \\ U_{m\delta} &= k_c \cdot \delta \cdot \frac{B_\delta}{\mu_0}\end{aligned}\quad (52)$$

Rezultă factorul de saturație a dinților:

$$k_{sd} = \frac{U_{m\delta} + U_{md_1} + U_{md_2}}{U_{m\delta}}\quad (53)$$

În această etapă este necesară următoare discuție:

- în relațiile (47-48) s-au utilizat factorii  $k_f$  și  $\alpha_i$ , obținuți din Fig.13, corespunzători unui factor de saturație estimat  $k_{sd}=1,4$ ;
- în relația (53) s-a calculat factorul de saturație real, care se compară cu valoarea estimată la început ( $k_{sd}=1,4$ );
- dacă factorul de saturație calculat este diferit de cel estimat, valorile  $\alpha_i$  și  $k_f$  ele diferite de cele considerate anterior încât trebuie reluat calculul începând cu relațiile (47, 48) pentru a determina mai exact valorile inducțiilor și tensiunilor magnetice.
- calculul se poate repeta conform schemei din Fig.19 până când factorul de saturație calculat este aproximativ egal cu cel considerat la început;
- valorile inducțiilor și tensiunilor magnetice obținute în final (la ultima repetare a calculului) sunt cele corecte și cele luate în considerare în continuare.

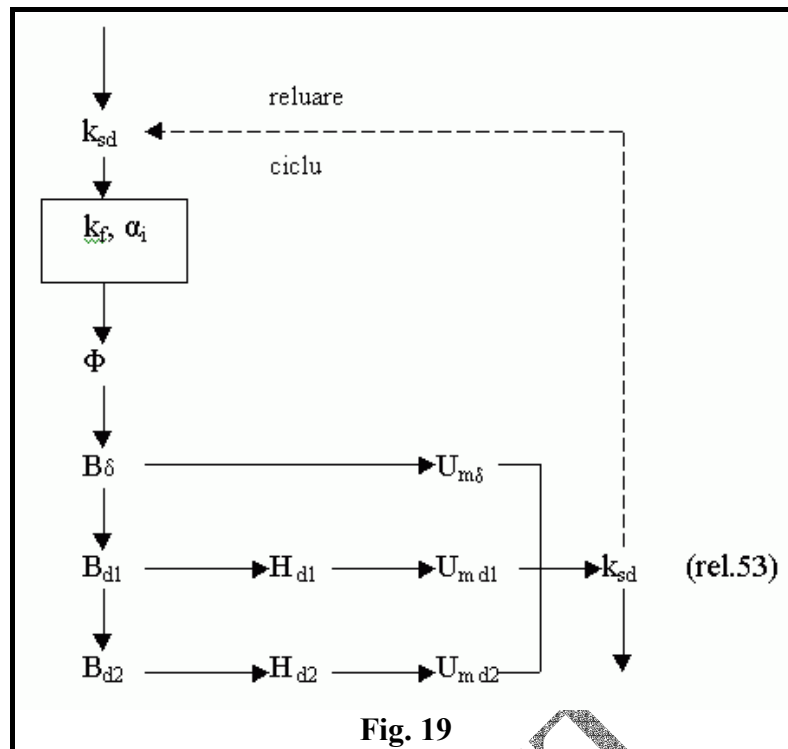


Fig. 19

Se calculează, din desen, lungimea jugurilor statorului și rotorului pentru un pol:

$$l_{j1} = \frac{\pi(D_{1e} - h_{j1})}{2p}$$

$$l_{j2} = \frac{\pi \cdot (D_{2i} + h_{j2})}{2p}$$
(54)

Se determină tensiunile magnetice în cele două juguri :

$$U_{mj1} = c_{j1} l_{j1} H_{j1}$$

$$U_{mj2} = c_{j2} l_{j2} H_{j2}$$
(55)

unde coeficienții subunitari  $c_{j1,2}$  iau în considerare neuniformitatea distribuției spațiale a câmpului magnetic în juguri și se determină din relația:

$$c_{j1,2} = 0.88 \cdot e^{-0.4B_{j1,2}^2}$$
(56)

Tensiunea magnetomotoare (solenajia) pe conturul închis a liniei de câmp  $\Gamma$  ce cuprinde o pereche de poli este:

$$U_{mm} = \oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} \cong 2U_{m\delta} + 2U_{md1} + 2U_{md2} + U_{mj1} + U_{mj2}$$
(57)

Cu acestea se calculează curentul de magnetizare pe o fază a motorului:

$$I_{\mu} = \frac{\pi p U_{mm}}{6\sqrt{2} w_1 k_w}$$
(58)

Este indicat ca valoarea acestui curent să fie cuprinsă între 25÷50 % din valoarea curentului nominal  $I_{1f}$ . Valorile mai mari corespund motoarelor de putere mică sau cu număr mai mare de poli.

### 4.3 Calculul parametrilor schemei echivalente

Din punct de vedere electric fiecare fază a motorului asincron trifazat este echivalentă cu circuitul din Fig.20. În acest fel problema calculului parametrilor energiei ai motorului se reduce la o problemă de circuit electric. Pentru rezolvarea circuitului echivalent trebuie cunoscuți, însă, toți parametrii săi (rezistențe, reactanțe)

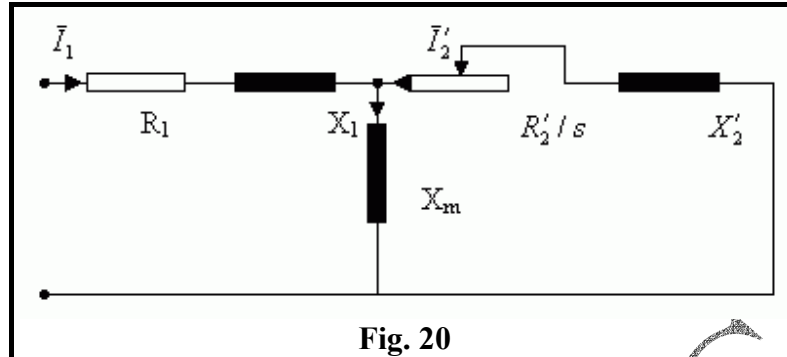


Fig. 20

Acești parametri concentrați pot fi calculați pe baza dimensiunilor și datelor constructive ale motorului. Se propune în continuare un mod de calcul a rezistențelor și reactanțelor din schema echivalentă a motorului asincron.

#### a) Rezistența înfășurării statorului $R_1$

Se folosește formula cunoscută pentru calculul rezistenței:

$$R_1 = \rho_{Cu} \frac{l_s w}{q_{Cu} a_1} \quad (59)$$

unde  $\rho_{Cu}$  este rezistivitatea materialului înfășurării, iar  $l_s$  lungimea medie a unei spire din înfășurare.

Se știe că rezistivitatea materialului depinde de temperatura la care se află. Astfel la 20°C rezistivitatea conductorului lui de cupru este  $\rho_{Cu20} = 0,0178 \cdot 10^{-6} \Omega m$ . În timpul funcționării motorului înfășurarea lui ajunge la o temperatură de 110÷120°C, astfel încât în relația (59) se va utiliza pentru o valoare corespunzătoare, și anume  $\rho_{Cu115} = 1,37 \cdot \rho_{Cu20}$ .

Lungimea medie a unei spire se poate ușor determina dacă se cunosc forma și dimensiunile șablonului pe care se execută bobinele înfășurării. Perimetrul acestui șablon reprezintă lungimea unei spire. Dacă nu se cunoaște șablonul, lungimea spirei se poate determina astfel (vezi Fig. 3)

$$l_s = 2L_1 + 2l_f \quad (60)$$

Lungimea capătului de bobină ( $l_f$ ) depinde de tipul înfășurării, de forma șablonului, de pasul bobinei. Se pot utiliza următoarele relații de calcul obținute din practica întreprinderii Electromotor (Timișoara):

- $l_f = 2y - 0.04$  pentru motoare cu  $p=1$
- $l_f = 2y - 0.02$  pentru motoare cu  $p=2$
- $l_f = 1.57y + 0.018$  pentru motoare cu  $p=3$
- $l_f = 2.2y - 0.012$  pentru motoare cu  $p=4$

unde

- $y = \beta \cdot y_\tau = \beta \cdot \frac{Z_1 t_1}{2p}$  este pasul bobinei [m]
- $\beta = \frac{y}{y_c}$  este factorul de scurtare a pasului bobinelor (relația 11)
- $Z_1$  numărul de creștături din stator.

Dacă înfășurarea este într-un singur strat pasul bobinei este egal cu pasul polar și deci  $\beta=1$ .

Cunoscând și celelalte date de bobinaj ( $w_1$ ,  $q_{cu1}$ ,  $a_1$ ) se determină cu relația (59) rezistența înfășurării statorului.

### **b) Rezistența înfășurării rotorului $R_2$**

La acest tip de motoare, colivia în scurtcircuit reprezintă înfășurarea rotorului. În general colivia poate fi privită ca o înfășurare polifazăată simetrică. Această înfășurare polifazăată se echivalează cu o înfășurare trifazăată obținându-se formula rezistenței pe fază a rotorului unui motor asincron trifazat cu colivie în scurtcircuit.

$$R_2 = \rho_{Al} \cdot \frac{L_1}{q_b} \cdot k_r + \rho_{Al} \cdot \frac{l_{in}}{2 \cdot q_i \cdot \sin^2 \left( \frac{\pi p}{Z_2} \right)} \quad (62)$$

Primul termen al expresiei reprezintă rezistența barei, iar al doilea reprezintă rezistența echivalentă a inelului de scurtcircuitare.

Referitor la relația (62) se fac următoarele precizări:

- dacă materialul coliviei este aluminiu (turnat sub presiune), atunci rezistivitatea are valoarea  $\rho_{Al20^\circ} = 0,031 \cdot 10^{-6} \Omega m$ . În timpul funcționării în sarcină, datorită încălzirii, valoarea rezistivității crește astfel încât  $\rho_{Al115^\circ} = 1,37 \cdot \rho_{Al20^\circ}$ ;
- $l_{in}$  – lungimea porțiunii de inel cuprinsă între două bare succesive și se determină cu relația (vezi Fig.18):

$$l_{in} = \frac{\pi \cdot (D_{2e} - a)}{Z_2} \quad (63)$$

- $q_b$  - secțiunea barei egală cu secțiunea creștăturii rotorului;
- $q_i$  – secțiunea transversală a inelului de scurtcircuitare:

$$q_i = a \cdot b$$

- $k_r$  – **coeficient de creștere a rezistenței rotorului datorită efectului pelicular.**

Efectul pelicular prezent în barele rotoarelor în scurtcircuit conduce la creșterea rezistenței  $R_2$ . Astfel, la alunecări mari ( $s \cong 1$ ), efectul este pronunțat,  $k_r$  având o valoare supraunitară, iar la alunecări mici (funcționare în sarcină nominală) efectul este neglijabil,  $k_r$  având, în acest caz, valoarea  $k_r = 1$ . Valoarea rezistenței rotorului  $R_2$  este, deci, diferită în diferite puncte de funcționare a motorului și se va calcula cel puțin în două puncte: la pornire ( $s=1$ ;  $k_r > 1$ ) și la funcționarea în sarcină nominală când efectul particular este neglijabil ( $s=s_N$ ;  $k_r=1$ ). În general rezistența  $R_2$  este o funcție de alunecare:  $R_2 = f(s)$ .

Efectul pelicular depinde, de forma și dimensiuni creștăturii rotorului. Cu cât creștătura este mai înaltă, cu atât efectul este mai accentuat.

Pentru o formă de creștătură aproximativ dreptunghiulară coeficientul  $k_r$  poate fi calculat astfel:

$$\xi = 68h_2\sqrt{s}$$

$$k_r = \xi \cdot \frac{\sinh 2\xi + \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi} \quad (64)$$

unde  $h_2$  este înălțimea creștăturii rotorului.

Este indicat ca în dreptul valorilor calculate ale rezistenței  $R_2$  să se noteze și valoarea alunecării corespunzătoare la care s-a calculat rezistența pentru o orientare mai ușoară în final.

În continuare valorile rezistenței rotorice  $R_2$  se raportează la înfășurarea statorului obținându-se  $R_2'$  din schema echivalentă:

$$R'_2 = 12 \frac{(w_1 k_w)^2}{Z_2} R_2 \quad (65)$$

### c) Reactanta de dispersie a înfășurării statorului

O unică parte din câmpul magnetic total al statorului reprezintă câmp magnetic de dispersie (pierderi de câmp în stator). Acestui câmp de dispersie îi corespunde o reactanță de dispersie  $X_1$  (vezi fig.20). Relația de calcul a reactanței  $X_1$  are trei dimensiuni, corespunzător zonelor în care au loc „pierderi” de câmp (în creștătura statorică, în întrefier și la capăt de bobină - vezi figura 21):

$$X_1 = 4\pi f_1 \mu_0 \frac{L_1 w_1^2}{pq} (\lambda_{c1} + \lambda_{d1} + \lambda_{f1}) \quad (66)$$

unde:

- $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  este permeabilitatea magnetică a aerului;
- $q$  - numărul de creștături pe pol și fază
- $\lambda_{c1}$ ,  $\lambda_{d1}$ ,  $\lambda_{f1}$  - permeanțe specifice de dispersie corespunzătoare celor trei zone din stator în care apare dispersia (mărimi adimensionale).

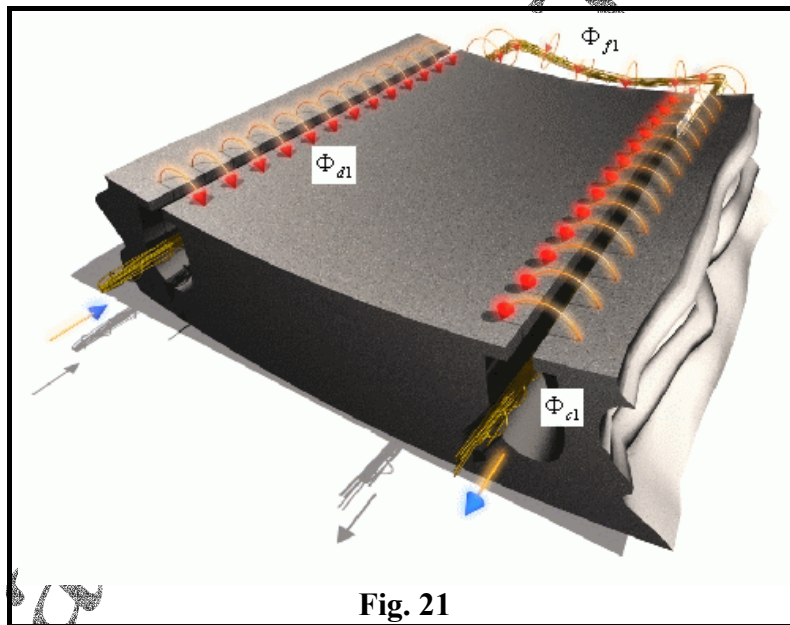


Fig. 21

**Permeanța specifică de dispersie a creștăturii ( $\lambda_{c1}$ ).** Valoarea ei depinde de forma și dimensiunile creștăturii. Pentru forma de creștătură din Fig.15 se poate folosi relația:

$$\lambda_{c1} = \frac{h_1}{3b_1} k_2 + \left( 0.1 + \frac{3h_s}{b_1 + 2a_s} + \frac{h_{01}}{a_s} \right) k_1 \quad (67)$$

unde:

$$k_1 = \frac{1 + 3\beta}{4}; \quad k_2 = 0,25 + 0,75k_1; \quad \beta = \frac{y}{y_c}$$

### Permeanța specifică de dispersie.

Câmpul magnetic produs de toate aceste armonici superioare din întrefier formează câmpul de scăpări diferențiale. Permeanța specifică corespunzătoare acestui câmp de dispersie se determină cu relația:

$$\lambda_{d1} = \frac{0.9t_1 q^2 k_w^2 c_1 \gamma_{d1}}{k_c \delta} \quad (68)$$

unde:

- $c_1 \cong 1 - 0.033 \frac{a_s^2}{\delta \cdot t_1}$
- $\gamma_{d1} = (0.11 \sin \varphi_1 + 0.28) \cdot 10^{-2}$  pentru  $q=8$
- $\gamma_{d1} = (0.11 \sin \varphi_1 + 0.41) \cdot 10^{-2}$  pentru  $q=6$
- $\gamma_{d1} = (0.14 \sin \varphi_1 + 0.76) \cdot 10^{-2}$  pentru  $q=4$
- $\gamma_{d1} = (0.18 \sin \varphi_1 + 1.24) \cdot 10^{-2}$  pentru  $q=3$
- $\gamma_{d1} = (0.25 \sin \varphi_1 + 2.6) \cdot 10^{-2}$  pentru  $q=2$
- $\gamma_{d1} = (\sin \varphi_1 + 4.9) \cdot 10^{-2}$  pentru  $q=1,5$
- $\gamma_{d1} = 9.5 \cdot 10^{-2}$  pentru  $q=1$

$\varphi_1$  fiind dat de:  $\varphi_1 = \pi(6\beta - 5,5)$ .

Dacă întrefierul este mic ( $\delta < 1\text{mm}$ ), relația (68) include și dispersia corespunzătoare capetelor de dinți (câmpul magnetic ce se închide prin întrefier între doi dinți vecini ai statorului).

#### **Permeanța specifică de dispersie a capetelor de bobină ( $\lambda_{f1}$ )**

Corespunde câmpului de dispersie format din linii de câmp ce se închid prin aer sau prin piese feromagnetice din apropierea capetelor de bobină. Valoarea acestei permeanțe depinde de schema de bobinaj și la lungimea capetelor de bobină ( $l_f$ ). Astfel, pentru înfășurările într-un strat se poate considera:

$$\lambda_{f1} = 0.6 \frac{q}{L_1} (l_f - 0.64 \cdot \tau) \quad (69)$$

iar pentru înfășurările în două straturi:

$$\lambda_{f1} = 0.34 \frac{q}{L_1} (l_f - 0.64 \beta \cdot \tau) \quad (70)$$

unde  $\tau$  este pasul polar.

#### **d) Reactanța de dispersie a înfășurării rotorului $X_2$**

Și în rotor se disting trei zone pentru câmpul de dispersie (dispersia de creștături, dispersia diferențială sau a întrefierului și dispersia capetelor de bobină). În consecință relația de calcula reactanței  $X_2$  conține tot trei termeni:

$$X_2 = 2\pi f_1 \mu_0 L_1 (\lambda_{c2} k_x + \lambda_{d2} + \lambda_{f2}) \quad (71)$$

unde  $\lambda_{c2}$ ,  $\lambda_{d2}$ ,  $\lambda_{f2}$  sunt cele trei permeanțe specifice de dispersie corespunzătoare (mărimi adimensionale), iar  $k_x$  este coeficientul de reducere a reactanței datorită efectului pelicular:

**Permeanța specifică de dispersie a creștăturii ( $\lambda_{c2}$ ).** Pentru forma de creștătură rotorică din fig.17 se folosește relația:

$$\lambda_{c2} = 0.66 + \frac{2h_2}{3(d_1 + d_2)} + \frac{h_{02}}{a_r} \quad (72)$$

Pentru alte forme de creștături vezi Anexa 3.

**Permeanța specifică de dispersie diferențială ( $\lambda_{d2}$ ).** Dacă întrefierul este mic ( $\delta < 1\text{mm}$ ), pentru calculul lui  $\lambda_{d2}$  se folosește următoarea relație, care include și dispersia capetelor de dinți ai rotorului:

$$\lambda_{d2} = \frac{0.9 \cdot t_2 \cdot q_2^2}{k_c \cdot \delta} \gamma_{d2} \quad (73)$$

unde:

$$q_2 = \frac{Z_2}{6p} \quad \text{și} \quad \gamma_{d2} = \frac{9.2}{q_2^2} \cdot 10^{-2}$$

**Permeanța specifică de dispersie a capetelor de bobină ( $\lambda_{f2}$ ).** Pentru rotorul cu bare în scurt circuit, inelele de scurtcircuitare prezintă capetele de bobină. Cu notațiile din Fig. 18 permeanța de dispersie a inelului se determină astfel

$$\lambda_{f2} = \frac{2.3D_i}{Z_2 L_1 k^2} \log \frac{4.7D_i}{a + 2b} \quad (74)$$

unde:

$$D_i = \frac{D_3 + D_4}{2}$$

$$k = 2 \sin \left( \frac{\pi p}{Z_2} \right)$$

Efectul pelicular prezent în bara rotorică în timpul pornirii este luat în considerare prin coeficientul subunitar  $k_x$ :

$$k_x = \frac{3 \sinh 2\xi - \sin 2\xi}{2\xi \cosh 2\xi - \cos 2\xi} \quad (75)$$

unde  $\xi$  este cel din relația (64).

Prin coeficientul  $k_x$  reactanța de dispersie  $X_2$  devine dependentă de alunecare. În consecință se vor calcula cel puțin două valori pentru  $X_2$ : la pornire ( $s = 1$ ;  $k_x < 1$ ) și la funcționare în sarcină nominală, când efectul pelicular se neglijează ( $k_x = 1$ ;  $s = s_N$ ).

Valorile calculate pentru  $X_2$  se raportează în continuare la înfășurarea statorică și se obține astfel  $X_2'$  din schema echivalentă:

$$X_2' = 12 \frac{(w_1 k_w)^2}{Z_2} X_2 \quad (76)$$

#### **e) Reactanța de magnetizare $X_m$**

Cea mai mare parte a câmpului magnetic total din stator reprezintă, însă, câmp magnetic util prin intermediul căruia se transferă puterea înspre rotor. Acestui câmp principal îi corespunde reactanța de magnetizare  $X_m$  (reactanța utilă sau reactanța mutuală). Valoarea poate fi acum determinată:

$$X_m = \sqrt{\left( \frac{U_{1f}}{I_1 \mu} \right)^2 - R_1^2 - X_1} \quad (77)$$

#### **4.4. Calculul pierderilor și a randamentului**

Randamentul motorului se definește ca raport între puterea utilă ( $P_2$ ) și puterea absorbită ( $P_1$ ). Puterea utilă este puterea mecanică dată de motor la arbore, iar puterea absorbită este cea electrică luată de la rețeaua de alimentare.

Randamentul se poate determina în diferite puncte de funcționare de sarcină (la diferite încărcări ale motorului). Important este, în primul rând, randamentul motorului în punctul de funcționare nominală ( $P_2=P$ )

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_N}{P_N + \Sigma P} \quad (78)$$

unde  $\Sigma P$  este suma tuturor pierderilor din motor:

$$\Sigma P = P_{Cu1} + P_{Al2} + P_{Fe} + P_{mv} \quad (79)$$

Se vor determina în continuare toate aceste pierderi pentru a calcula în final randamentul.

### **a) Pierderile în înfășurarea statorului ( $P_{Cu1}$ )**

Aceste pierderi sunt proporționale cu pătratul curentului care parcurge înfășurarea

$$P_{Cu1} = 3R_1 I_{1f}^2 \quad (80)$$

Rezistența pe fază de înfășurării ( $R_1$ ) se consideră la temperatura de funcționare nominală a motorului

### **b) Pierderile în înfășurarea rotorului ( $P_{Al2}$ )**

Se calculează cu o relație similară:

$$P_{Al2} = 2R_2 I_2'^2 \quad (81)$$

unde  $I_2'$  este curentul echivalent pe o fază a rotorului raportat la stator și se poate determina aproximativ astfel:

$$I_2' = k_I I_{1f} \quad (81)$$

factorul  $k_I$  fiind cel din relația (32).

Rezistența echivalentă pe fază a rotorului raportată la stator ( $R_2'$ ) se consideră aici la temperatura de funcționare nominală a motorului și fără efect pelicular.

### **c) Pierderile de fier ( $P_{Fe}$ )**

Pierderile în fier sunt împărțite în pierderi principale ( $P_{Fep}$ ) și pierderi suplimentare ( $P_{Fes}$ ).

Pierderile principale în fier sunt cele din dinții ( $P_{d1}$ ) și din jugul statorului ( $P_{j1}$ ) și sunt de două feluri: pierderi prin histereză și prin curenți turbionari. Pierderile principale din fierul rotorului se neglijează datorită frecvenței reduse (<4 Hz) a câmpului magnetic din rotor. Pentru calculul pierderilor principale în fier este mai comod, în proiectare, să se folosească relații care conduc direct la valoarea globală a celor două feluri de pierderi (prin histerezis și curenți turbionari). Astfel, pentru calculul pierderilor principale din dinții statorului se utilizează relația:

$$P_{d1} = k_d p_B G_{d1} \quad (83)$$

în care:

- $k_d=2,2\div 2,4$  - coeficientul de majorare a pierderilor în dinți datorită prelucrărilor mecanice;
- $G_{d1}$ - masa totală a dinților statorului [kg]:  

$$G_{d1} = \gamma_{Fe} \cdot Z_1 \cdot b_{Z1} \cdot h_1 \cdot L_1 \cdot k_{Fe}$$
- $\gamma_{Fe} = 7800 \text{ kg/m}^3$ - greutatea specifică a materialului tolelor;
- $p_B$  - pierderi specifice [W/kg], la inducție și frecvență de durată de lucru din dinți;



$$p_B = p_{10} \left( \frac{f_1}{50} \right)^{1.3} B_{d_1}^{1.7}$$

- $p_{10} = (2 \div 3)$  W/kg - coeficientul pierderilor specifice ale tolei la inducția de 1 T și frecvența de 50 Hz. Acest coeficient depinde de calitatea materialului, de grosimea tolei, de tehnologia de laminare (la rece sau la cald), iar valoarea lui este precizată de firma producătoare a tablei silicioase ca o constantă de material.

În același mod se calculează și pierderile principale în jugul statorului:

$$P_{j_1} = k_j p_B G_{j_1} \quad (84)$$

în care:

- $k_j = 2 \div 2,3$  - coeficient de majorare a pierderilor în jug datorită prelucrărilor;
- $G_{j_1}$  - masa jugului statorului [kg]:

$$G_{j_1} = \gamma_{Fe} \cdot \frac{\pi}{4} [D_{1e}^2 - (D_{1e} - 2h_{j1})^2] \cdot L_1 \cdot k_{Fe}$$

- $p_B$  - pierderile specifice [în W/kg] la inducția și frecvența de lucru din jug.

$$p_B = p_{10} \left( \frac{f_1}{50} \right)^{1.3} B_{j_1}^{1.7}$$

Cu acestea se obțin pierderile principale totale în fier

$$P_{Fep} = P_{d_1} + P_{j_1} \quad (85)$$

Pierderile suplimentare în fier includ pierderile de suprafață (la suprafața dinspre întrefier a statorului și a rotorului –  $P_{01}$ ,  $P_{02}$ ) și pierderile de pulsație în dinții statorului și rotorului ( $P_{p1}$ ,  $P_{p2}$ ):

$$P_{Fes} = P_{0_1} + P_{0_2} + P_{p_1} + P_{p_2} \quad (86)$$

Se calculează succesiv pierderile de suprafață:

$$P_{0_1} = 1.25 S_{0_1} (t_2 B_{0_1})^2 (Z_2 n_1)^{1.5} \quad (87)$$

unde:

- $S_{0_1}$  - suprafața interioară a statorului:  $S_{0_1} = (t_1 - a_s) L_1 Z_1$
- $B_{0_1} = (k_{c_2} - 1) B_\delta$
- $n_1$  - turația sincronă [rot/min]

$$P_{0_2} = 1.25 S_{0_2} (t_1 B_{0_2})^2 (Z_1 n_1)^{1.5} \quad (88)$$

unde:

- $S_{0_2}$  - suprafața exterioară a rotorului:  $S_{0_2} = (t_2 - a_r) L_1 Z_2$
- $B_{0_2} = (k_{c_1} - 1) B_\delta$
- $k_{c_1}$ ,  $k_{c_2}$  - factorii lui Carter (relația 51)

Datorită pozițiilor relative diferite a dinților statorului și rotorului în mișcare, inducția magnetică în dinți este pulsatori cu frecvența ridicată. Acest fenomen produce pierderi suplimentare (de pulsație) în volumul dinților statorului și rotorului.

Pentru dinții statorului calculăm aceste pierderi suplimentare cu relația :

$$P_{p_1} = 0.5 \cdot 10^{-4} \left( Z_2 \frac{n_1}{60} B_{p_1} \right)^2 G_{d_1} \quad (89)$$

unde:

- $G_{d_1}$  - greutatea dinților statorului [kg];

- $B_{p1}$  - amplitudinea pulsațiilor inducției magnetice:

$$B_{p1} = \frac{t_2}{t_1} k_{c1} (k_{c2} - 1) B_{d1}$$

Analog se determină pierderile suplimentare de pulsație în dinții rotorului:

$$P_{p2} = 0.5 \cdot 10^{-4} \left( Z_1 \frac{n_1}{60} B_{p2} \right)^2 G_{d2} \quad (90)$$

unde:

- $G_{d2}$  - greutatea dinților statorului [kg]:

$$G_{d2} = \gamma_{Fe} Z_2 b_{Z2} \left( h_2 + \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} \right) L_1 k_{Fe}$$

- $B_{p2}$  - amplitudinea pulsațiilor inducției magnetice;

$$B_{p2} = \frac{t_1}{t_2} k_{c2} (k_{c1} - 1) B_{d2}$$

Suma tuturor acestor pierderi reprezintă pierderile totale în fier:

$$P_{Fe} = P_{Fe_p} + P_{Fe_s} \quad (91)$$

#### **d) Pierderile mecanice și de ventilație ( $P_{mv}$ )**

Aceste pierderi se obțin dificil prin calcul, motiv pentru care în practică se folosesc, de cele mai multe ori, relații obținute empiric. Pentru determinarea acestor pierderi se propun următoarele relații obținute în urma încercărilor experimentale:

$$P_{mv} = \begin{cases} 0,03P_N, & \text{pentru motoarele cu } p=1 \\ 0,012P_N, & \text{pentru motoarele cu } p=2 \\ 0,008P_N, & \text{pentru motoarele cu } p=3 \text{ și } p=4 \end{cases} \quad (92)$$

unde  $P_N$  este puterea nominală a motorului.

#### **4.5 Determinarea caracteristicilor de funcționare**

Cunoscând toți parametrii schemei echivalente din figura 20 (rezistențe, reactanțe) se determină în continuare caracteristicile de funcționare ale motorului utilizând relațiile cunoscute, obținute prin rezolvarea circuitului electric respectiv. Se vor determina separat aceste caracteristici pentru regimul de funcționare în gol, în sarcină și în scurtcircuit.

**a) La funcționarea în gol** prezintă interes valoarea curentului absorbit de motor ( $I_0$ ). Acest curent are o componentă activă ( $I_{0a}$ ) mult mai mică decât componenta reactivă ( $I_{0r}$ ), motorul având, în consecință, un factor de putere foarte redus la mersul în gol. Dacă se neglijează componenta activă se obține:

$$I_0 \approx I_{0r} = I_\mu \quad (93)$$

unde  $I_{0r}$  este componenta reactivă a curentului de mers în gol care este de fapt curentul de magnetizare (relația 58).

Dacă se ia în considerare și componenta activă, valoarea curentului de mers în gol se obține astfel:

$$I_0 = \sqrt{I_{0a}^2 + I_{0r}^2} \quad (94)$$

unde:

$$I_{0a} = \frac{P_{Fe} + P_{mv} + P_{Cu0}}{3U_{1f}}$$

$$P_{Cu0} \cong 3R_1 \cdot I_{\mu}^2$$

**b) Caracteristicile de funcționare în sarcină** depind toate de valoarea alunecării ( $s$ ). La sarcina nominală motorul dezvoltă puterea utilă, la o alunecare nominală ( $s_N$ ):

$$s_N = \frac{P_{Al2}}{P_N + P_{Al2} + P_{mv}} \quad (95)$$

Se dau în continuare expresiile pentru cuplul electromagnetic ( $M$ ), curentul absorbit de motor ( $I_1$ ), factorul de putere ( $\cos \varphi$ ), toate ca funcții de alunecare:

- cuplul electromagnetic:

$$M(s) = \frac{3pU_{1f}^2 \frac{R'_2}{s}}{\omega_1 \left[ \left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]} \quad (96)$$

unde  $\omega_1 = 2\pi f_1$ , este pulsatia tensiunii de alimentare.

Pentru  $s = s_N$  se obține valoarea nominală a cuplului ( $M_N$ ). Valoarea maximă a cuplului ( $M_M$ ) se obține pentru alunecarea critică  $s = s_M$ :

$$s_M = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2}}$$

$$M_M = \frac{3pU_{1f}^2}{2\omega_1 \left[ R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2} \right]} \quad (97)$$

- curentul absorbit:

$$I_1(s) = \sqrt{(I_{0a} + I'_{2a})^2 + (I_{0r} + I'_{2r})^2} \quad (98)$$

unde  $I'_{2a}$  și  $I'_{2r}$  sunt cele două componente (activă și reactivă) ale curentului din rotor raportat la stator:

$$I'_{2a}(s) = \frac{U_{1f} \cdot \left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)}{\left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2} \quad (99)$$

$$I'_{2r}(s) = \frac{U_{1f} \cdot (X_1 + X'_2)}{\left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2}$$

- factorul de putere:

$$\cos \varphi = \frac{I_{0a} + I'_{2a}}{I_1} \quad (100)$$

**c) Caracteristicile motorului la scurtcircuit.**

În acest regim de funcționare se urmăresc două mărimi importante: cuplul de pornire ( $M_p$ ) și curentul de pornire ( $I_{1p}$ ). Aceste valori pot fi calculate cu relațiile anterioare, pentru  $s = 1$ , cu următoarele observații:

- datorită efectului particular prezent în acest caz, valorile  $R'_2$  și  $X'_2$  vor fi cele calculate cu considerarea efectului pelicular ( $k_r > 1$ ;  $k_x < 1$ , relațiile 62, 64, 71, 75 și 76);
- curentul mare din momentul pornirii conduce la saturarea intensă a reactanțelor de dispersie  $X_1$  și  $X'_2$  care, în consecință, au valori mai mici decât cele calculate cu relațiile 66 și 76.

Efectul de saturație a acestor reactanțe (în timpul pornirii motorului) este extrem de complicat și prezintă dificultăți majore în calcul. Din acest motiv, pentru a lua totuși în considerare acest efect se pot utiliza următoarele relații aproximative (valabile în momentul pornirii):

$$\begin{aligned} X_{1s} &\approx (0.7 \dots 0.8) X_1 \\ X'_{2s} &\approx (0.6 \dots 0.7) X'_2 \end{aligned} \quad (101)$$

unde  $X_1$  este cel din relația 66, iar  $X'_2$  din 76 cu efect pelicular. Se constată că reactanța  $X'_{2s}$  este supusă la pornire, simultană efectului pelicular și efectului de saturație. Cu aceste observații se calculează valorile cuplului și curentului de pornire:

$$M_p = \frac{3p \cdot U_{1f}^2 \cdot R'_2}{\omega_1 \left[ (R_1 + R'_2)^2 + (X_{1s} + X'_{2s})^2 \right]} \quad [\text{Nm}] \quad (102)$$

$$I_{1p} = \sqrt{(I_{0a} + I'_{2a})^2 + (I_{0r} + I'_{2r})^2} \quad (103)$$

unde:

$$I'_{2a} = \frac{U_{1f} (R_1 + R'_2)}{(R_1 + R'_2)^2 + (X_{1s} + X'_{2s})^2} \quad (104)$$

$$I'_{2r} = \frac{U_{1f} (X_{1s} + X'_{2s})}{(R_1 + R'_2)^2 + (X_{1s} + X'_{2s})^2}$$

În mod obișnuit valorile caracteristicilor la pornire se raportează la valorile lor nominale și se obține:

$$m_p = \frac{M_p}{M_N}; \quad i_p = \frac{I_{1p}}{I_{1N}} \quad (105)$$

unde  $I_{1N} = I_{1f}$ , iar  $M_N$  se poate calcula din relația:

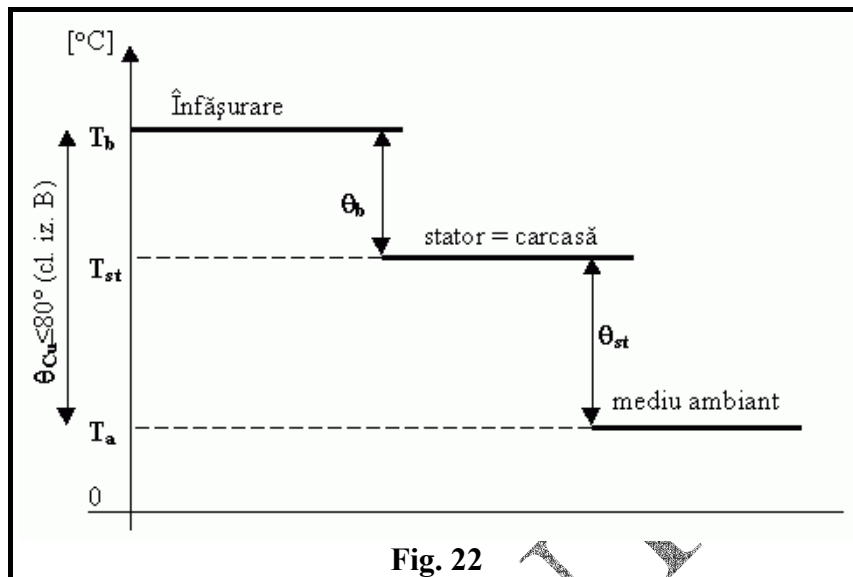
$$M_N = \frac{p}{\omega_1} \cdot \frac{P_N}{(1 - s_N)} \quad [\text{Nm}] \quad (106)$$

**5. CALCULUL ÎNCĂLZIRII**

Pierderile de energie electrică care se produc în diferite zone ale motorului se transformă în căldură. O parte din această căldură determină încălziri locale, iar o altă parte este degajată în exteriorul mediului ambiant. Zonele cele mai calde ale unui motor în funcționare sunt înfășurările statorului și ale rotorului. Dacă rotorul este cu colivie în scurtcircuit prezintă importanță mai mare supraîncălzirii înfășurării statorului. Cantitatea de

căldură dezvoltată, în unitatea de timp, în înfășurarea statorului se transmite pachetului de tole, apoi carcasei și în sfârșit mediului ambiant. Carcasa are astfel și un rol de radiator termic. Carcasa și pachetul de tole, fiind în contact direct, se consideră că au aceeași temperatură.

Astfel, urmărind fluxul termic începând din creștătura statorului spre exterior, se constată două căderi însemnate de temperatură (Fig. 22): de la înfășurarea de cupru din creștătură – la stator și de la carcasă – la mediul ambiant.



Aceasta este situația când se ajunge la o stabilitate termică după care temperatura bobinajului ( $T_b$ ) și temperatura carcusei ( $T_{st}$ ) rămân constante. Fig. 22 oferă un model termic simplificat care permite calculul încălzirii aproximative a motorului asincron în regim stabilizat.

Limitarea superioară a temperaturii înfășurării este impusă de limita de stabilitate termică a materialelor electroizolante din creștătură (emailul conductoarelor de bobinaj, lacul de impregnare, izolația creștăturii). Limitarea supra temperaturii înfășurării este o condiție foarte severă în proiectare astfel încât verificarea prin calcul a încălzirii devine necesară.

Motoarele executate, de exemplu, cu materiale electroizolante de clasă B au o supratemperatură a înfășurării maximă admisă de 80 °C. Deci  $\theta_{Cu} = T_b - T_a \leq 80$  °C.

Supratemperatura cuprului ( $\theta_{Cu}$ ) față de mediul ambiant poate fi scrisă ca o sumă de gradienti de temperatură:

$$\theta_{Cu} = \theta_{st} + \theta_b \quad (107)$$

unde:

- $\theta_{st}$  - supratemperatura carcusei față de mediul ambiant
- $\theta_b$  - supratemperatura înfășurării față de fierul statorului

Supratemperaturile  $\theta_{st}$  și  $\theta_b$  pot fi determinate prin calcul astfel (relațiile sunt valabile pentru motoarele de construcție închisă, având o ventilație exterioară a carcusei):

$$\theta_{st} = \frac{\sum P}{\alpha_{st} \cdot S_{ca}} \quad (108)$$

$$\theta_b = \frac{P_{Cu1}}{\alpha_b \cdot S_{lc}} \quad (109)$$

unde:

- $\sum P$  - suma tuturor pierderilor din motor (relația 79)

- $S_{ca}$  - suprafața exterioară a carcasei (a „radiatorului”)
- $S_{lc}$  - suprafața laterală totală a creștăturilor statorului:

$$S_{lc} = (2h_1 + b_2)L_1Z_1, \text{ pentru Fig. 15}$$

- $\alpha_{st}, \alpha_b$  - coeficienți de transmisie a căldurii în zonele respective [ $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ ]

$$\alpha_{st} = \begin{cases} 60, & \text{pentru motoarele cu 2 poli} \\ 50, & \text{pentru motoarele cu 4 poli} \\ 40, & \text{pentru motoarele cu 6 poli} \\ 32, & \text{pentru motoarele cu 8 poli} \end{cases}$$

$$\alpha_b = \begin{cases} 0.75\gamma + 8, & \text{dacă } \gamma \leq 90 \\ 77, & \text{dacă } \gamma > 90 \end{cases}$$

unde

$$\gamma = \frac{S_{ca}}{P_N} 10^6 \quad (110)$$

Valorile coeficienților  $\alpha_{st}$  și  $\alpha_b$  de mai sus au fost determinate experimental și conduc, împreună cu relațiile 107...109, la determinarea supratemperaturii înfășurărilor motorului în faza de proiectare.

Dacă valoarea supratemperaturii  $\theta_{Cu}$  (calculată cu relația 107) depășește valoarea maximă admisă (la clasa de izolație respectivă) este necesar să se reia calculul reducând, după caz, solicitările electrice sau magnetice. Se constată, așa cum s-a precizat la început, că proiectarea unui motor electric are în întregime un caracter interactiv.

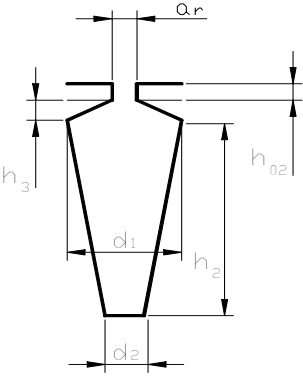
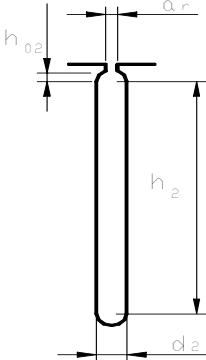
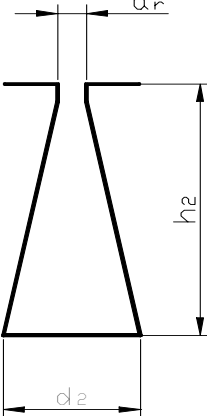
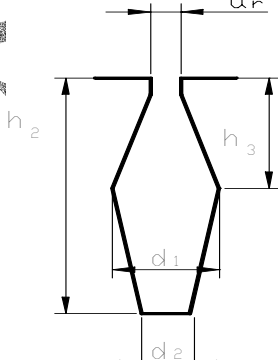
**Diametrele standard pentru conductoare ce cupru**

<b>DIAMETRU NOMINAL [mm]</b>	<b>DIAMETRU IZOLAT [mm]</b>
0.3	0.327
0.32	0.348
0.33	0.359
0.35	0.3795
0.38	0.4105
0.40	0.4315
0.42	0.4625
0.45	0.4835
0.48	0.515
0.5	0.536
0.53	0.567
0.55	0.5875
0.58	0.6185
0.6	0.639
0.63	0.6705
0.65	0.691
0.67	0.7115
0.7	0.742
0.71	0.7525
0.75	0.7949
0.8	0.8455
0.85	0.897
0.9	0.948
0.95	1
1	1.051
1.05	1.102
1.1	1.153
1.12	1.173
1.15	1.2035
1.18	1.2345
1.2	1.305
1.25	1.305
1.3	1.356
1.32	1.3765
1.35	1.407
1.4	1.4575
1.45	1.508
1.5	1.559

Curba de magnetizare  $B = f(H)$  a tablei statorice

B[T]	H[A/m]
0.05	22.8
0.1	35
0.15	45
0.2	49
0.25	57
0.3	65
0.35	70
0.4	76
0.45	83
0.5	90
0.55	98
0.6	106
0.65	115
0.7	124
0.75	135
0.8	148
0.85	162
0.9	177
0.95	198
1	220
1.05	237
1.1	273
1.15	310
1.2	356
1.25	417
1.3	482
1.35	585
1.4	760
1.45	1050
1.5	1340
1.55	1760
1.6	2460
1.65	3460
1.7	4800
1.75	6160
1.8	8270
1.85	11170
1.9	15220
1.95	22000
2	34000



FORMA CRESTĂTURII ROTORULUI	PERMEANȚA SPECIFICĂ DE DISPERSIE A CRESTĂTURII
	$\lambda_{c2} = \frac{2 \cdot h_2}{3 \cdot (d_1 + d_2)} + \frac{3 \cdot h_3}{d_1 + 2 \cdot a_r} + \frac{h_{02}}{a_r}$
	$\lambda_{c2} = 0.66 + \frac{h_2}{3 \cdot d_1} + \frac{h_{02}}{a_r}$
	$\lambda_{c2} = \frac{h_2}{2 \cdot a_r + d_2}$
	$\lambda_{c2} = \frac{2 \cdot (h_2 - h_3)}{3 \cdot (d_1 + d_2)} + \frac{3 \cdot h_3}{(d_1 + 2 \cdot a_r)}$